

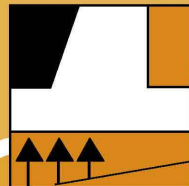
BOLETIN DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE MECANICA DEL SUELO E INGENIERIA GEOTECNICA

ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL PORCENTAJE DE FINOS EN EL FENÓMENO DE LICUACIÓN DE ARENAS APLICADO AL TERREMOTO DE LIMÓN, COSTA RICA.

Sáenz Varela, S., Manzanal, D.

VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS NUMÉRICOS EN EL MARCO DE LA SEGUNDA GENERACIÓN DEL EUROCÓDIGO 7.

Ibarra Pérez, J.



SOCIEDAD ESPAÑOLA DE MECÁNICA DEL SUELO E INGENIERÍA GEOTÉCNICA

SEDE: Laboratorio de Geotecnia del Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX)
Calle de Alfonso XII, 3 - 28014 - España

JUNTA DIRECTIVA

PRESIDENTE:	Antonio Gens Solé
VICEPRESIDENTE:	José Estaire Gepp
SECRETARIA:	Herminia Cano Linares
VOCALES:	César Sagaseta Millán Claudio Olalla Maraón Fernando Pardo de Santayana Carrillo Goran Vukotic Gustavo Armijo Palacios Jose Luis Arcos Álvarez José M ^a Echave Rasines Leoncio Prieto Tercero Svetlana Melentijevic
VOCALES REPRESENTANTES:	Javier Moreno Robles (Laboratorio de Geotecnia) Mauro Muñiz Menéndez (Sociedad Española de Mecánica de Rocas) Peter Tanner (Instituto Eduardo Torroja) Pilar Rodríguez Monteverde (Consejo Superior de Arquitectos) Representante Instituto Ingenieros Civiles

El Boletín de la Sociedad Española de Mecánica del Suelo e Ingeniería Geotécnica publica trimestralmente sus artículos de contenido geotécnico, conjuntamente con la Revista "Ingeniería Civil", del CEDEX.

NOTA: Las opiniones emitidas en los artículos del "Boletín" son responsabilidad exclusiva de sus autores y no tienen por qué coincidir, necesariamente, con las de la Sociedad, o las de sus órganos de gobierno, ni con las del propio Comité de Redacción del Boletín.

BOLETÍN DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE MECÁNICA DEL SUELO E INGENIERÍA GEOTÉCNICA

Nº 216 ENERO - MARZO 2024

COMITÉ DE REDACCIÓN

PRESIDENTE	César Sagaseta Millán
SECRETARIO	Herminia Cano Linares
VOCALES	Enrique Asanza Izquierdo
	Gustavo Armijo
	Mauro Muñoz Menéndez
	Pablo Mira McWilliams
	José Estaire Gepp
	Svetlana Melentijevic

SUMARIO

ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DEL PORCENTAJE DE FINOS EN EL FENÓMENO DE LICUACIÓN DE ARENAS APLICADO AL TERREMOTO DE LIMÓN, COSTA RICA.

Sergio Sáenz Varela, Diego Manzanal.....3

VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS NUMÉRICOS EN EL MARCO DE LA SEGUNDA GENERACIÓN DEL EUROCÓDIGO 7.

Jorge Ibarra Pérez.....20

Análisis de la influencia del porcentaje de finos en el fenómeno de licuación de arenas aplicado al terremoto de Limón, Costa Rica

Analysis of the Influence of Fine Content on the Phenomenon of Sand Liquefaction Applied to the Limon Earthquake, Costa Rica

Sergio Sáenz Varela^{1*}, Diego Manzanal²

Resumen

La licuación de suelos es un fenómeno que se presenta en suelos granulares, saturados, que son sometidos a cargas cíclicas, como son los sismos. En este proceso, se generan sobrepresiones de poros que anulan o reducen significativamente la tensión efectiva vertical del suelo y consecuentemente su resistencia al corte. La licuación puede causar grandes afectaciones a vías de transporte y edificaciones, llevando incluso a su colapso.

Esta investigación determinó la influencia del porcentaje de finos en el fenómeno de licuación de suelos granulares, causada por cargas de sismos. Para tal fin se realizó un estudio del terremoto del año 1991 en Limón, Costa Rica. Se analizaron tres emplazamientos donde se presentó licuación: Limón, Matina y Cahuita.

Para este estudio se siguieron dos metodologías, la primera de ellas es el método de elementos finitos, por medio del programa GeHoMadrid y un modelo constitutivo de plasticidad generalizada modificada (MPZ), el cual reproduce el comportamiento de la arena, así como la influencia del índice de vacíos y presión de confinamiento inicial. La segunda metodología utilizada es la propuesta por Boulanger e Idriss para pruebas de penetración estándar con un contenido de finos específico. Los parámetros se obtuvieron tomando como base los resultados de ensayos triaxiales realizados por la empresa consultora Ingeotec S.A.

Con la teoría de elementos finitos, se analizaron 18 columnas de suelo. En primera instancia con su estratigrafía real y un contenido de finos determinado y, posteriormente, se varió este porcentaje entre valores de 2 %, 23 % y 33 %. Además, se utilizaron en los análisis dos sismos; el primero de ellos corresponde al registrado por la estación Cartago del terremoto de Limón y el segundo es un acelerograma sintético, planteado por el Laboratorio de Ingeniería Sísmica de la Universidad de Costa Rica (UCR) para zonas cercanas al epicentro. En el año del terremoto, la provincia de Limón se consideraba de bajo riesgo sísmico, por lo que no contaba con estaciones acelerográficas. Con la metodología de Boulanger e Idriss se analizaron las perforaciones realizadas en los sitios, con su contenido de finos real.

Con los resultados obtenidos se estableció la influencia del porcentaje de finos en el fenómeno de licuación, para los suelos estudiados, en función de densidad y presión de confinamiento.

Palabras clave: licuación, porcentaje de finos, método de Elementos Finitos (MEF), modelo de plasticidad generalizada (MPG), metodología de Boulanger e Idriss, GeHoMadrid.

Abstract

Soil liquefaction usually occurs in loose saturated sandy soils in response to an applied stress, such as earthquakes. During this period, porewater pressure increases significantly and tends to reduce or even cancel the soil's effective stress and, consequently, its shear strength. Liquefaction can cause severe impacts on transportation routes and buildings, which could even collapse.

This investigation determined the influence of fine contents in liquefaction caused by earthquakes. To this end, a case of study was carried out for the 1991 Limón Earthquake, in Costa Rica. Three specific places severely affected during this event were selected: Limón, Matina and Cahuita.

Two different approaches were used to complete this research. The first one by using the finite element method (FEM), through the software GeHoMadrid and a constitutive soil model named MPZ sand. This model includes a state parameter-based constitutive law within the Generalized Plasticity Theory, which allows to represent the sand behavior taking into consideration its void ratio and initial confining pressure. For the second approach, it's been taken the Boulanger and Idriss method, which is based on the standard penetration test (SPT), considering a specific fine content.

The model's constitutive parameters were obtained based on three different consolidated-undrained-triaxial tests (CU) carried out by the consultant firm Ingeotec S.A. Using the first approach, 18 soil columns were analyzed. Firstly, considering its real stratigraphic distribution with a determined fine content. Secondly, varying the fine content between 2 %, 23 % and 33%. Two distinct accelerograms were used for these analyses: the one registered by the closest accelerograph (Cartago Station), and the one estimated by the Costa Rica's University Seismic Engineering Laboratory on sites close to the epicenter. Before this telluric event, Limón was considered to have a low risk for earthquakes. Therefore, no accelerographs were installed nearby. Through the second approach, three specific sites with SPT and lab testing were studied.

By using the results obtained by these different analyses, the influence of fine content on liquefaction was established. The conclusions can be applied to the studied soils, taking into consideration its density and initial confining pressure.

Keywords: Liquefaction, fine content, finite element method (FEM), modified generalized plasticity model (MPZ), Boulanger and Idriss' method, GeHoMadrid.

1. INTRODUCCIÓN

La Geotecnia es una disciplina que estudia las propiedades de los suelos con el fin de brindar soluciones a problemas y retos que conllevan el desarrollo de infraestructuras. Las adecuadas caracterizaciones de los suelos son importantes para prever fenómenos que puedan poner en riesgo la seguridad y funcionalidad de las estructuras y la vida humana.

La licuación de suelos granulares, a causa de movimientos cíclicos como sismos, es uno de los fenómenos que causa modificaciones al estado natural del suelo. Este proceso es característico de arenas de grano fino, con mala gradación y bajo la influencia de niveles de agua del terreno. Durante sismos de magnitud considerable, estos suelos pierden su firmeza, capacidad de soporte y fluyen como respuesta a los esfuerzos aplicados sobre ellos (Código de Cimentaciones de Costa Rica, 2009).

La licuación se ve reflejada en superficie como asientos, desplazamientos importantes, o inclusive, el colapso de edificios, carreteras y demás obras civiles. Dependiendo de la intensidad del fenómeno, se pueden presentar grandes afectaciones económicas y a la vida humana.

Costa Rica es un país que se encuentra en una zona de gran actividad sísmica, con presencia de fallamientos a lo largo del país. Los sismos de mayor magnitud se deben a la zona de subducción de las placas Cocos y Caribe. Tal es el caso del terremoto que se dio en 1991, en la provincia costera de Limón que alcanzó una magnitud de 7,4 Ms (Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente, 1996). Este evento causó grandes daños en las zonas cercanas al epicentro, dando lugar a asentamientos importantes, licuación de arenas (especialmente en la zona costera), levantamiento del lecho marino, deslizamientos y *tsunami*. Los efectos se observaron en severos daños a viviendas, escuelas, centros de salud, líneas férreas y carreteras; y aún más importante, pérdida de vidas humanas.

Eventos naturales, como el terremoto de Limón, dejan en evidencia la necesidad de un adecuado estudio de los emplazamientos de las infraestructuras y edificaciones para reducir sus afectaciones. Esto se puede conseguir mediante el planteamiento de soluciones especiales que reduzcan o mitiguen sus secuelas y magnitudes. Por lo tanto, el desarrollo de modelos que se adapten mejor al comportamiento real del suelo es de suma importancia.

Esta investigación estudió el efecto del contenido de finos en la licuación de arenas, aplicado a un caso práctico de análisis: el terremoto de Limón, Costa Rica. Es conocido que el porcentaje de materiales finos modifica el comportamiento mecánico y características de arenas limpias.

Para la investigación, se realizó una comparación de los resultados obtenidos con el programa de elementos finitos GeHoMadrid y la propuesta de cálculo planteada por Boulanger e Idriss. Para ello, se calibraron los parámetros del modelo constitutivo (MPZ) de tres muestras de arenas con contenidos de finos de 2 %, 23 % y 33 %. De igual manera, se realizó un estudio

del potencial de licuación, a partir de ensayos geotécnicos realizados en la zona, como es el *Standard Penetration Test* (SPT).

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Método Boulanger e Idriss (modificación a Seed e Idriss)

El método propuesto por Seed e Idriss es uno de los más utilizados en América. Tras los terremotos de 1971, como el caso de Alaska y Niigata, que presentaron grandes daños a obras civiles por licuación, Seed e Idriss presentaron su Procedimiento Simplificado para determinación del potencial de licuación de arenas. A lo largo de los años, se ha ido modificando para mejorarlo y reproducir mejor las condiciones reales de los terrenos.

El primer paso en este procedimiento es la determinación de la razón de esfuerzos conocida como CSR (*Cyclic Stress Ratio*). Este parámetro corresponde a la relación del esfuerzo cortante cíclico equivalente generado por el sismo y el esfuerzo efectivo vertical, según la ecuación 1.

$$CSR = \frac{\tau_{cyc}}{\sigma'_{vo}} = 0,65 * r_d * \left(\frac{\sigma_{vo}}{\sigma'_{vo}} \right) \left(\frac{a_{max}}{g} \right) \quad [1]$$

De la ecuación anterior, los valores de σ_{vo} y σ'_{vo} corresponden con los esfuerzos verticales totales y efectivos en la profundidad de análisis, a_{max} es la aceleración pico probable para el evento sísmico y g es el valor de la gravedad.

El factor de 0,65 fue propuesto por Seed e Idriss (1971) para convertir la serie irregular de esfuerzos cortantes por el sismo, en una serie equivalente, es decir $\tau_{cyc} = 0,65 * \tau_{max}$. El factor r_d es un factor reductor que contempla la respuesta dinámica del suelo. Desde la publicación del método, diversos autores han establecido valores de r_d , según las profundidades de análisis. Para este caso se considera recomendable utilizar los siguientes valores (Hernández, 2010):

$$r_d = 1,0 - 0,00765 * z, \quad r_d = 1,0 - 0,00765 * z, \quad [2.a]$$

$$r_d = 1,174 - 0,0267 * z, \quad r_d = 1,174 - 0,0267 * z, \quad [2.b]$$

$$r_d = 0,744 - 0,008 * z, \quad r_d = 0,744 - 0,008 * z, \quad [2.c]$$

$$r_d = 0,5, \quad \text{para } z > 30 \text{ m} \quad [2.d]$$

Las ecuaciones (2.a) y (2.b) fueron propuestas por Liao y Whitman (1986), mientras que la (2.c) fue propuesta por Robertson y Wride (1997). Por su parte, la relación de la (2.d) fue planteada por Marcuson (1978). Todas con el objetivo de ser utilizadas para el desarrollo del procedimiento simplificado de Seed e Idriss. De las relaciones anteriores, es importante destacar que existe poca información para profundidades mayores a los 20,0 m, por lo que podrían presentar menor confiabilidad. Diversos análisis posteriores, han establecido que las presiones de confinamiento a mayores profundidades reducen el potencial de licuación.

Los resultados de las diversas investigaciones donde se relaciona el CSR de arenas limpias y el valor $(N_1)_{60}$ para un sismo de 7,5 se presenta en la figura 1, donde $(N_1)_{60}$ se define como el número de golpes obtenido del ensayo SPT corregido por eficiencia, profundidad, nivel freático, así como

* Autor de contacto: ssaenz@ingeotec-cr.com

¹ Licenciado en Ingeniería Civil. Universidad de Costa Rica. Máster en Mecánica del Suelo e Ingeniería Geotécnica, CEDEX. Ingeotec S.A., Costa Rica.

² Doctor ingeniero de caminos, canales y puertos. Universidad Politécnica de Madrid (UPM). Máster en Mecánica del Suelo e Ingeniería de Cimentaciones, CEDEX.

por otras particularidades propias del ensayo. De igual manera, la figura 2 presenta este valor obtenido en arenas limosas con diferentes contenidos de finos. Todos estos valores

están referenciados para una magnitud de sismo de 7,5, por lo que se debe corregir si la magnitud es diferente. En la tabla 1 se muestran los valores de corrección a utilizar.

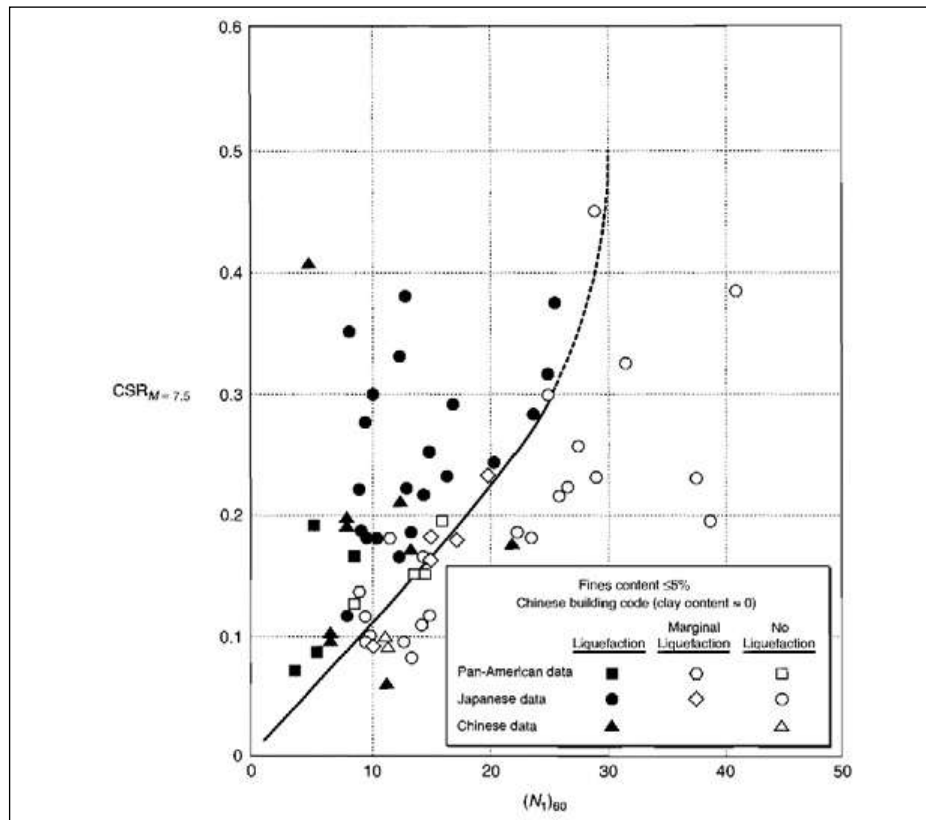


Figura 1. Relación entre CSR y el valor $(N_1)_{60}$ para arenas limpias y un sismo con magnitud $M = 7,5$ (Kramer, 1996).

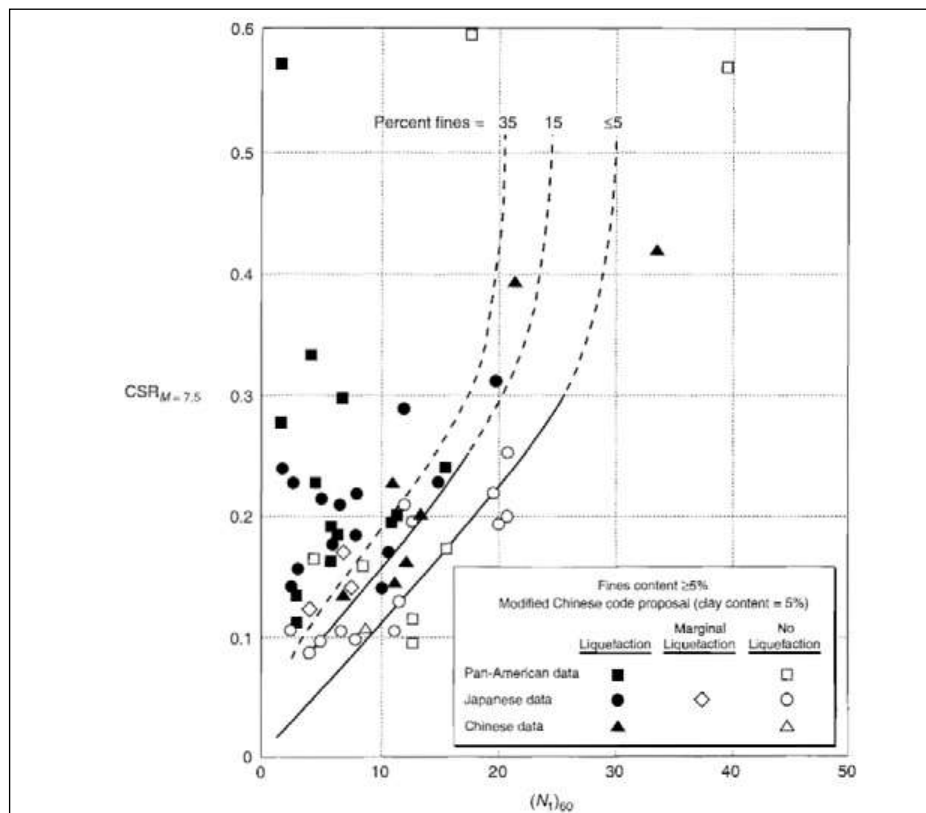


Figura 2. Relación entre CSR y el valor $(N_1)_{60}$ para arenas limosas con diferentes contenidos de finos y un sismo con magnitud $M = 7,5$ (Kramer, 1996).

Tabla 1. Factor de corrección por magnitud del esfuerzo cíclico (Kramer, 1996)

Magnitud, M	$CSR_M / CSR_{M=7.5}$
5,25	1,50
6,00	1,32
6,75	1,13
7,50	1,00
8,50	0,89

Los resultados de la figuras 1 y 2 fueron desarrollados para depósitos superficiales de suelos potencialmente licuables. Sin embargo, para sitios con condiciones previas de esfuerzos cortantes, como terrenos con pendiente o suelos que soportan estructuras pesadas, se deberá utilizar la corrección del CSR mediante la ecuación 3.

$$(CSR_{terreno})_{\alpha,\sigma} = (CSR_{terreno})_{\alpha=0,\sigma < 107,25 \text{ kPa}} K_{\alpha} K_{\sigma} \quad [3]$$

Donde:

$$\alpha = \tau_{h,estático} / \sigma'_{v0} \quad [4]$$

K_{α} y K_{σ} : factores de corrección por condiciones de cortantes iniciales, obtenidos de la figuras 3 y 4, respectivamente.

El segundo paso corresponde a la determinación de la Razón de Resistencia Cíclica, CRR (*Cyclic Resistance Ratio*) del suelo; la misma puede ser determinada a partir de ensayos de campo, o bien en laboratorio al ensayar muestras

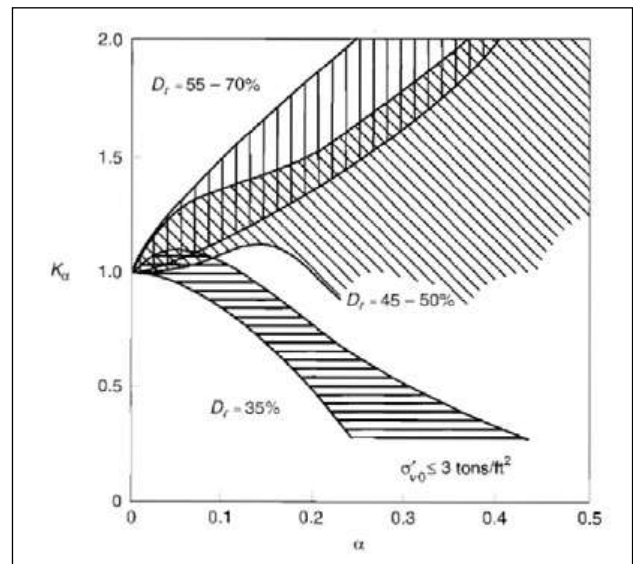


Figura 3. Factor de corrección K_{α} respecto a la relación entre tensión de corte y tensión efectiva (Kramer, 1996).

inalteradas de suelo. Sin embargo, por la alta dificultad de obtener este tipo de muestras, el procedimiento más utilizado es mediante pruebas de campo como la Prueba de Penetración Estándar (SPT), la Prueba de Cono de Penetración (CPT), o con parámetros como la velocidad de onda cortante (V_s). La determinación del CRR base viene dado por la ecuación 5, a partir de las investigaciones realizadas por Boulanger e Idriss (2014).

$$CRR_{M=7.5,\sigma'_{v0}=1} = \exp\left(\frac{(N_1)_{60,CS}}{14,1} + \left(\frac{(N_1)_{60,CS}}{126}\right)^2 - \left(\frac{(N_1)_{60,CS}}{23,6}\right)^3 + \left(\frac{(N_1)_{60,CS}}{25,4}\right)^4 - 2,8\right) \quad [5]$$

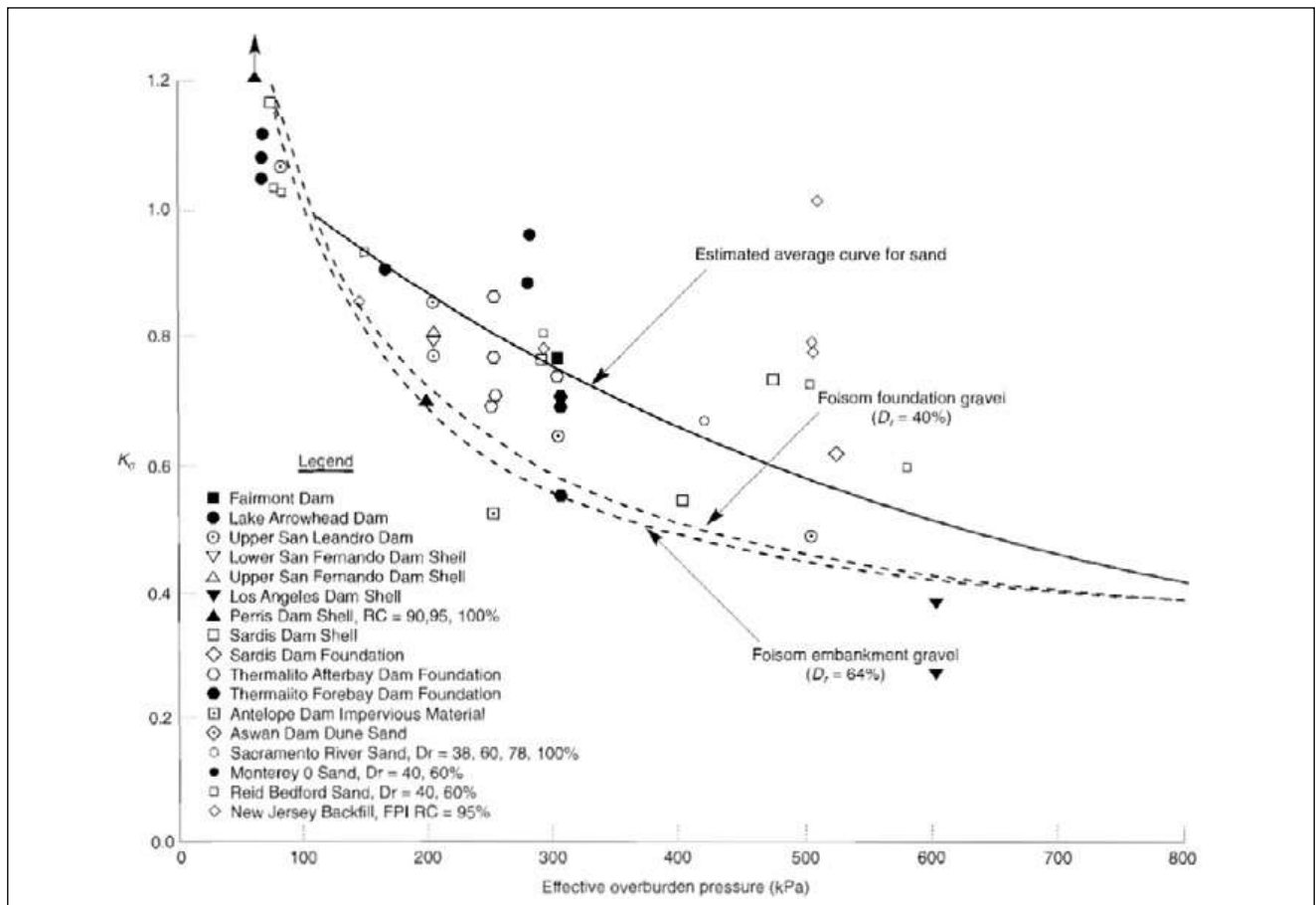


Figura 4. Factor de corrección K_{σ} en relación con la sobrepresión que experimenta el suelo (Kramer, 1996).

Es importante denotar que el CRR se debe corregir con los mismos valores que se presentan en la tabla 1.

El último paso, para determinar el potencial de licuación, es calcular el factor de seguridad contra licuación (FS_{lic}), el cual se determina con la ecuación 6.

$$FS_{lic} = \frac{CRR}{CSR} \quad [6]$$

Cuanto mayor sea el factor de seguridad contra licuación, mayor será la resistencia que ofrece el suelo ante este fenómeno. Sin embargo, suelos con un FS_{lic} ligeramente mayores a la unidad, o inclusive menores a 1, serán susceptibles a licuar.

2.2. Metodología de elementos finitos

Los análisis con elementos finitos se realizaron con el programa GeHoMadrid, utilizando el modelo constitutivo MPZ, propuesto por Manzanal, Fernández-Merodo y Pastor (2010). Su principal ventaja es su versatilidad y capacidad de reproducir las relaciones esfuerzo-deformación de diversos tipos de suelo, bajo cargas tanto monotónicas como cíclicas, sin la definición explícita de una superficie de fluencia y potencial plástico (Manzanal *et al.*, 2010).

Es conocido que las arenas tienen diferentes respuestas volumétricas y relaciones esfuerzo-deformación, a partir de su densidad y nivel de esfuerzos efectivos iniciales. Por lo que, en arenas sueltas, es posible observar un comportamiento contractivo con deformaciones de endurecimiento; mientras que arenas densas muestran un comportamiento dilatante y deformación de reblandecimiento. Muchos suelos granulares, a cierta densidad relativa, pueden mostrar un comportamiento dilatante con bajas presiones de confinamiento y un comportamiento contractivo bajo fuertes de confinamiento. Por lo tanto, es importante utilizar la densidad relativa y presión de confinamiento de manera combinada para lograr una adecuada caracterización (Manzanal *et al.*, 2010).

El modelo MPZ presenta una serie de modificaciones al modelo de plasticidad generalizada, entre las que destacan: a) incorporación de nuevos aspectos de la teoría de estado crítico; b) dependencia de la dilatancia del suelo con los parámetros de estado; c) incluye la dependencia de la relación M_f con el índice de vacíos inicial y en estado crítico, lo que mantiene la naturaleza no asociativa de la fluencia del modelo original; y d), se mejora la expresión del módulo plástico para reproducir las variaciones pico y residuales en relación con la densidad y nivel medio de esfuerzos efectivos, así como la deformación volumétrica plástica generada durante la compresión isotrópica (Manzanal *et al.*, 2010).

En primera instancia, el modelo utiliza la teoría de estado crítico mediante la ecuación 7:

$$\psi = e - e_c = e - e_{atm} + \lambda \left(\frac{p'}{p_{atm}} \right)^\zeta \quad [7]$$

Donde:

- e_{atm} : índice de vacíos a presión atmosférica
- λ : la pendiente de la Línea de Estado Crítica en el plano $e-(p/p')$
- ζ : parámetro de ajuste que varía entre 0,60 y 0,80

ψ : es el parámetro de estado, definido por Been y Jefferies, el cual mide la distancia entre el estado actual del suelo y el estado crítico, combinando la influencia del índice de vacíos y la presión de confinamiento (Ledezma *et al.*, 2022). Valores positivos de ψ se asocia a comportamientos contractivos y los negativos con comportamientos dilatantes, tal y como se muestra en la figura 5

Las propiedades elásticas del suelo están dadas por las ecuaciones 8 y 9.

$$G = G_{eso} \frac{(2,97-e)^2}{1+e} \sqrt{p'p'_a} \quad [8]$$

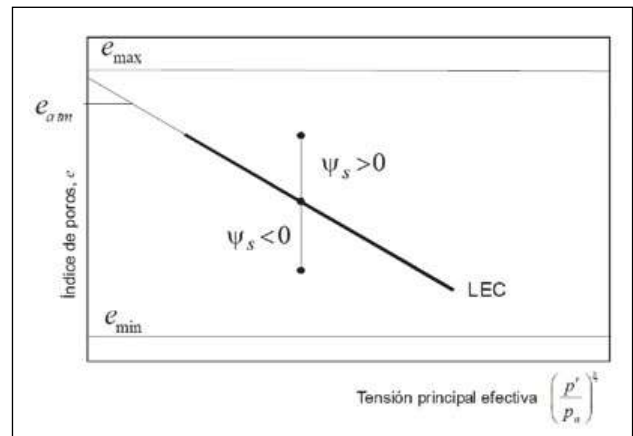


Figura 5. Parámetro de estado definido por Been y Jefferies (Manzanal, 2008).

$$K = K_{evo} \frac{(2,97 - e)^2}{1 + e} \sqrt{p'p'_a} \quad [9]$$

Donde G_{eso} y K_{evo} son constantes propias del modelo, e es el índice de vacíos, p' la presión de confinamiento y p'_a es la presión atmosférica.

La determinación de una adecuada caracterización de la dilatancia en arenas juega un papel fundamental para el modelo constitutivo y análisis posteriores, ya que, varía con la densidad y presión de confinamiento del suelo. Manzanal (2008) propone utilizar la ecuación de dilatancia dada por Li y Dafalias:

$$d = \frac{d_o}{M_g} (\eta_{PTS} - \eta) \quad [10]$$

Donde:

$$\eta_{PTS} = M_g \exp(m\psi) \quad [11]$$

De las ecuaciones 10 y 11, η es el cociente de esfuerzos, M_g es la pendiente de la línea de estado crítico en el plano $p' - q$, d_o y m son constantes propias del modelo.

En general, para materiales arenosos, como los que son objeto de este estudio, la ley de flujo es no asociativa con $M_f \neq M_g$. Para materiales como la arcilla se suele utilizar una ley asociativa con $M_f = M_g$. Por lo tanto, se toman d_o y m como constantes propias del material; esto permite establecer el tensor que corresponde a la carga y descarga (n) por medio de la ecuación 12.

$$n = \left(\frac{d_f}{\sqrt{1 + d_f^2}}, \frac{1}{\sqrt{1 + d_f^2}} \right)^T \quad [12]$$

Donde d_f es la dilatación en el punto de análisis y se determina por medio de la ecuación 10. De igual manera, Ledesma *et al.*, 2022, recomienda utilizar una relación entre el vector de carga y descarga en función del índice de vacíos inicial y crítico, a partir de la ecuación 13.

$$\frac{M_f}{M_g} = h_1 - h_2 \psi_q \quad [13]$$

Para la determinación del módulo plástico en carga (H_L), Manzanal *et al.*, 2010, proponen utilizar la ecuación original del modelo de plasticidad generalizada, dada por la ecuación 14:

$$H_L = H_0 \cdot \sqrt{p' \cdot p'_a} \cdot H_{DM} \cdot f(\eta; \psi) \quad [14]$$

Donde:

$$f(\eta; \psi) = \begin{cases} 1 & \text{para } \eta = 0 \\ H_f \cdot (H_v + H_s) & \text{para } \eta \neq 0 \end{cases} \quad [15]$$

$$H_{DM} = \left(\frac{\xi_{max}}{\xi} \right)^\gamma \quad [16]$$

$$\xi = p' \left[1 - \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right) \frac{\eta}{M_f} \right]^{1/\alpha} \quad [17]$$

H_0 es un valor que depende del parámetro de estado y se recomienda utilizar la siguiente relación para su determinación:

$$H_0 = H'_0 \cdot \exp \left[-\beta'_0 \cdot \left(\frac{e}{e_c} \right)^\beta \right] \quad [18]$$

Donde H'_0 y β'_0 son parámetros adicionales del modelo utilizados para mejorar la precisión del modelo al establecer una dependencia de H_0 con el índice de vacíos.

Finalmente, los autores proponen establecer una correspondencia entre la relación de tensiones pico (η_p) con el parámetro de estado (ψ). Para ello, se propone utilizar la ecuación 19.

$$H_v = H_{v0} [\eta_p - \eta] \quad [19]$$

Donde,

$$\eta_p = M_g \cdot \exp(-\beta_v \cdot \psi) \quad [20]$$

De las ecuaciones anteriores, se establece que H'_0 , β'_0 , β_0 , β_1 , γ , H_{u0} son parámetros del modelo constitutivo.

El modelo numérico utiliza la formulación u-pw, que permite reproducir la interacción de la estructura del suelo y el fluido contenido en los poros en un medio saturado, siendo u el desplazamiento de la matriz sólida y pw la presión de poros. Lo anterior se realiza mediante la formulación original de Zienkiewicz *et al.*, 1980, que establece las ecuaciones de equilibrio entre la fase sólida y líquida, así como la continuidad de flujo (Limaico *et al.*, 2019).

Una posible formulación del problema dinámico de medio saturado sería la denominada u-w, que permite

calcular el vector de desplazamiento de la fase sólida y el desplazamiento del fluido relativo al sólido. Sin embargo, en este trabajo se ha optado por la formulación u-pw que permite reducir los grados de libertad a las componentes del vector desplazamiento y la presión de poros existente. Esta simplificación se puede realizar gracias a que la aceleración relativa entre la fase sólida y la líquida es insignificante.

Es posible obtener inestabilidades numéricas al utilizar formulaciones acopladas con el mismo orden de interpolación en desplazamientos que en presión de poro, en los casos en que la mezcla del suelo (sólido+fluido) sea casi incompresible y las condiciones del problema sean no drenadas. En este trabajo se garantiza la estabilidad de los resultados al utilizar una formulación cuadrática en desplazamientos y lineal en presiones.

2.3. Materiales analizados

Los análisis se realizaron con ensayos realizados para tres proyectos específicos realizados por la empresa consultora Ingeotec S.A. en zonas donde se presentó licuación, durante el terremoto de 1991. Igualmente, se tomó como insumo la zonificación de potencial de licuación de la Comisión Nacional de Prevención de Riesgos y Atención de Emergencias de Costa Rica; así como la disponibilidad de información. En la figura 6 se muestra la ubicación de los tres sitios analizados, y en la tabla 2 se muestra sus coordenadas geográficas.

Tabla 2. Coordenadas de los sitios analizados

Sitio	Ubicación	Latitud	Longitud
1	Limón	09°57'42,7"N	83°01'32,8"W
2	Matina	10°02'50,3"N	83°17'58,8"W
3	Cahuita	09°42'48,3"N	82°49'21,5"W

La estratigrafía de los sitios se obtuvo a partir de campañas de exploración y ensayos de laboratorio. Por ejemplo, para el sitio 1 se realizaron cinco sondeos SPT con profundidades variables entre 13,05 m y 14,85 m. La campaña del sitio 2 constó de ocho sondeos SPT que alcanzaron una profundidad variable entre 9,90 m y 11,70 m. Finalmente, en el sitio 3 se llevaron a cabo dos sondeos SPT hasta alcanzar la profundidad de 20,70 m.

En resumen, la estratigrafía del sitio 1, Limón, se compone de una capa superficial de limos orgánicos que alcanza el metro de profundidad. Subyaciendo y hasta una profundidad de 12,00 m, se detectaron arenas limpias de color blancuzco, mal gradadas y de grano fino, con densidades relativas variables entre muy sueltas y medianamente densas. Bajo esta capa, se detectó las mismas arenas blancas con una densidad relativa entre densa y muy densa. El nivel freático se detectó a profundidades variables entre 0,50 m y 1,10 m.

Para el sitio 2, Matina, la estratigrafía se resume en un modelo de tres capas, con una capa de arenas gravosas con bloques de hasta 25 mm que alcanza el metro de profundidad. Subyaciendo y hasta una profundidad de 4,00 m, se detectó una capa de arenas limosas de color café grisáceo, grano fino y una densidad relativa muy suelta. Bajo este estrato, se detectó la misma arena limosa, con la diferencia de



Figura 6. Ubicación de sitios donde se analizó el potencial de licuación.

que alcanza densidades relativas muy densas. El nivel freático apareció entre la superficie y profundidades en torno a 1,00 m.

El sitio 3, Cahuita, presenta una estratigrafía que se sintetiza en un modelo bicapa con una arena limosa de color café claro con grano fino y densidad relativa entre muy suelta y suelta, que se extiende hasta los 14,00 m. Bajo esta capa aparece una arena limosa similar, con una densidad relativa entre medianamente densa y densa. Los niveles freáticos se midieron en torno a 0,35 m y 0,45 m.

En la tabla 3 se observan las propiedades físicas de las arenas analizadas. Estos parámetros se utilizaron en la calibración, a fin de compararlas con arenas ampliamente estudiadas, como son la Toyoura y Ottawa.

Tabla 3. Características físicas de las arenas analizadas

Propiedad del suelo	Arena del sitio 1	Arena del sitio 2	Arena del sitio 3
Gravedad específica, G_s	2,71	2,81	2,75
D_{60} (mm)	0,183	0,331	0,106
D_{50} (mm)	0,170	0,226	0,102
D_{30} (mm)	0,142	0,12	0,075
D_{10} (mm)	0,108	<0,075	<0,075
Coefficiente de uniformidad, C_u	1,69	>4,41	>1,41
Coefficiente de curvatura, C_c	1,02	>0,58	>0,74
Índice de vacíos máxima, e_{max}	0,91	1,15	1,12
Índice de vacíos mínima, e_{min}	0,52	0,46	0,55

2.3.1. Calibración de arenas analizadas

La calibración de los parámetros del modelo constitutivo se realizó mediante la comparación de los resultados de ensayos triaxiales consolidados no drenados (CU) realizados a muestras alteradas. Se contó con un ensayo CU en cada uno de los sitios analizados, con al menos tres puntos y tres trayectorias de esfuerzos, para muestras con diferentes presiones de confinamiento y densidades

iniciales. En la tabla 4 se resumen los parámetros representativos de las arenas.

Tabla 4. Constantes del modelo MPZ calibrado

	Parámetro	Valor
Elasticidad	G_{eso} (módulo tangencial) [kPa]	85
	n (coeficiente de Poisson) [adim.]	0,2
	K_{evo} (módulo rigidez) [kPa]	115
Flujo plástico	d_o (multiplicador de la dilatación) [adim.]	0,3
	m (parámetro asociado a la línea de transformación) [adim.]	2,15
	Constante de variación de MF con el parámetro de estado h_1 [adim.]	1,00
	Constante de variación de MF con el parámetro de estado h_2 [adim.]	0,33
Módulo plástico	H'_o (parámetro de endurecimiento plástico isotrópico) [adim.]	42
	b'_o (parámetro asociado a m . plástico isotrópico y su variación con el parámetro de estado) [adim.]	0
	$Hv0$ (constante del módulo plástico volumétrico) [adim.]	32
	b_v (parámetro asociado a la resistencia pico) [adim.]	3,98
	b_1 (parámetro de ajuste) [adim.]	4,2
	b_0 (parámetro de ajuste) [adim.]	0,2
	m_0 (parámetro de ajuste) [adim.]	1,1
	H_{u0} (multiplicador del módulo plástico en descarga) [adim.]	300E10
	Parámetro de ajuste [adim.]	100

Para una adecuada verificación de los parámetros calibrados, se realizó una comparación entre los datos obtenidos experimentalmente y por medio del modelo. En la figura 7 se muestran los resultados obtenidos para la trayectoria de esfuerzos para el caso de la arena con un contenido de finos de 2 %. En la figura 8 se presentan los resultados de la relación entre q y la deformación unitaria principal para el caso de la arena limosa con contenido de finos de 23 %. Finalmente, la figura 9 muestra los resultados para la arena con un contenido de finos de 33 %, en cuanto a la relación entre las sobrepresiones de poro y la

deformación unitaria principal. En todos los casos, la línea sólida representa los cálculos del modelo, mientras que los puntos representan las mediciones de laboratorio.

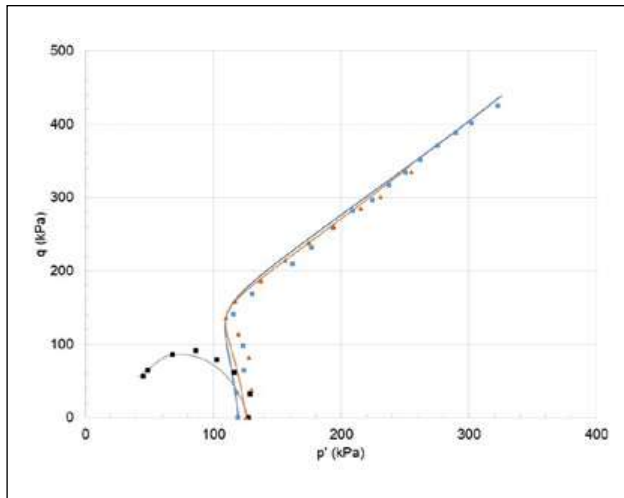


Figura 7. Trayectoria de esfuerzos obtenida con el modelo (línea continua) y experimentalmente (puntos) FC = 2 %.

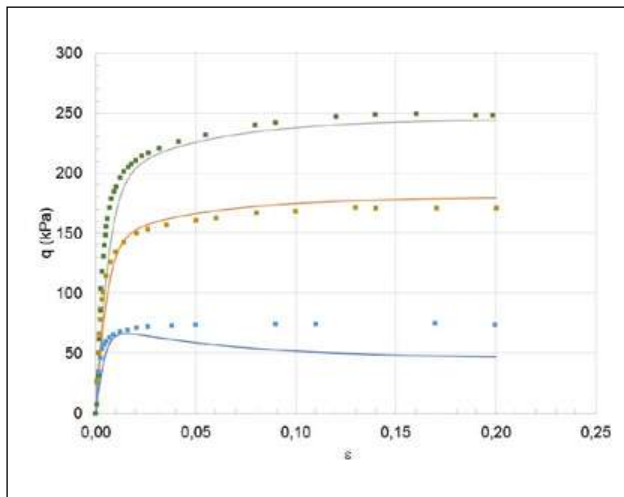


Figura 8. Relación de q contra la deformación unitaria principal obtenidas mediante el modelo (línea continua) y experimentalmente (puntos) FC = 23 %.

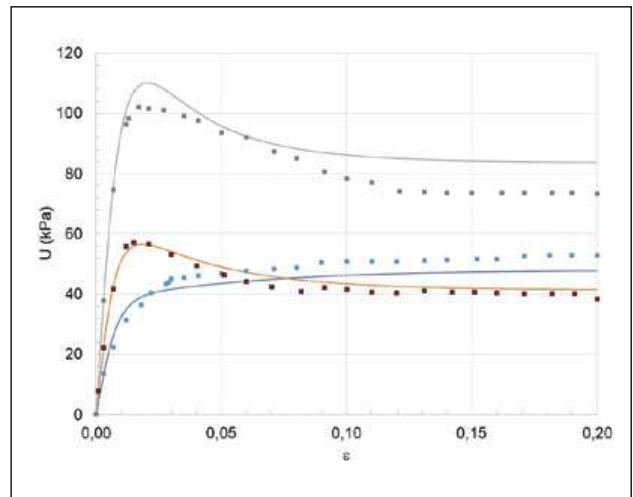


Figura 9. Relación entre la sobrepresión de poros y la deformación unitaria principal obtenidas mediante el modelo (línea continua) y experimentalmente (puntos) FC= 33 %.

2.4. Casos analizados

El 22 de abril de 1991, a las 15:57 hora local (21:57 GMT), se presentó un evento sísmico con una intensidad de 7,4 Ms y de VIII y X en la escala Mercalli modificada. El epicentro se localizó a 39,5 km al sur de Puerto Limón y una profundidad de 17 km (Universidad Nacional de Costa Rica, 1991). Este terremoto es catalogado como el evento sísmico más destructivo en Costa Rica de la segunda mitad del siglo XX, y se mantiene hasta la actualidad (Laporte, 1995).

La provincia de Limón se compone principalmente de depósitos cuaternarios, y debido a la baja sismicidad de la zona, hasta el momento del evento, no se contaba con acelerógrafos en las zonas cercanas al epicentro. Por lo tanto, para los análisis de elementos finitos, se utilizaron dos registros del sismo, el real más cercano que se registró, en el año 1991; ubicado a más de 95 km del epicentro, registrado en la estación Cartago. El segundo es el acelerograma sintético planteado por el Laboratorio de Ingeniería Sísmica de la UCR para zonas cercanas al epicentro, según se observa en la figura 10. El análisis se realizó variando el contenido

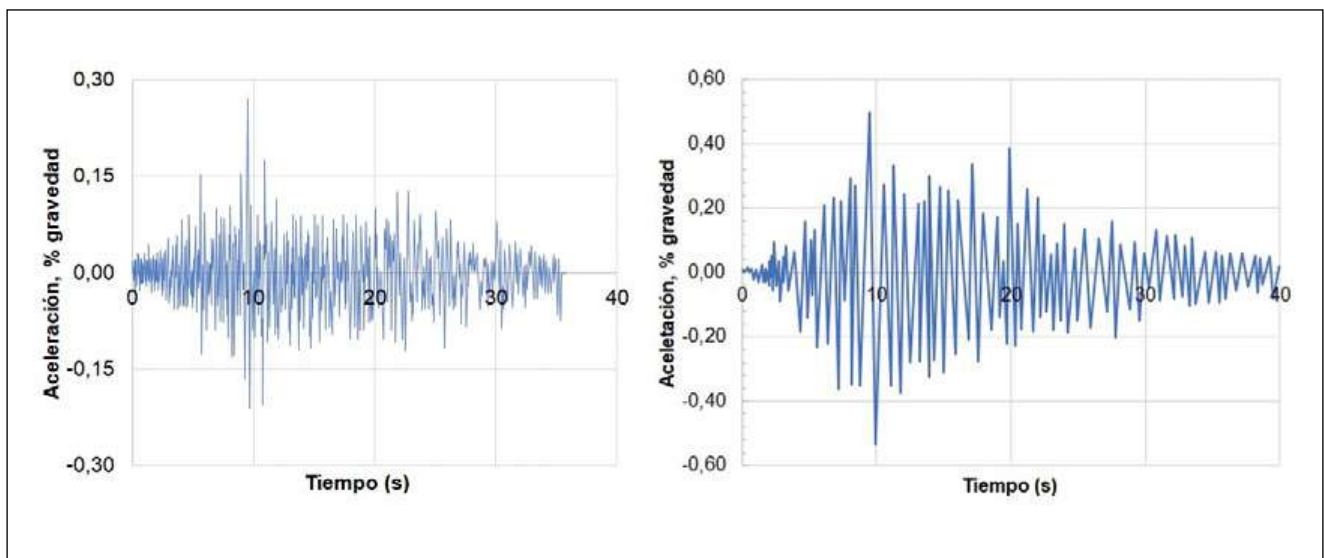


Figura 10. Acelerograma registrado por la estación Cartago (izda.) y sismo sintético estimado para zonas cercanas al epicentro (dcha.).

de finos de las arenas, utilizando los parámetros calibrados del modelo, y así determinar la influencia del contenido de finos en el fenómeno de licuación de estas arenas.

Para la simplificación de los análisis se utilizaron modelos de dos capas en cada uno de los sitios. En la tabla 5 se resumen las condiciones iniciales de cada sitio. En la tabla 6 se resumen los casos analizados y en la figura 11 se muestra gráficamente las columnas analizadas. Es importante señalar que los parámetros de índice de Poisson, G_{eso} y K_{evo} utilizados en los cálculos dinámicos son los que se muestran en la tabla 4.

Tabla 5. Caracterización de parámetros iniciales de cada sitio analizado

Parámetro	Sitio 1 - Limón	Sitio 2 - Matina	Sitio 3 - Cahuita
Espesor capa 1	12,0 m	4,0 m	14,0 m
Relación de vacíos capa 1	0,863	1,067	0,978
Densidad relativa capa 1	12 %	12 %	25 %
Módulo de elasticidad capa 1	1,04E07 Pa	2,70E06 Pa	3,30E06 Pa
Espesor capa 2	3,0 m	8,0 m	7,0 m
Relación de vacíos capa 2	0,645	0,805	0,778
Densidad relativa capa 2	68 %	50 %	60 %
Módulo de elasticidad capa 2	5,18E07 Pa	1,08E06 Pa	1,23E07 Pa

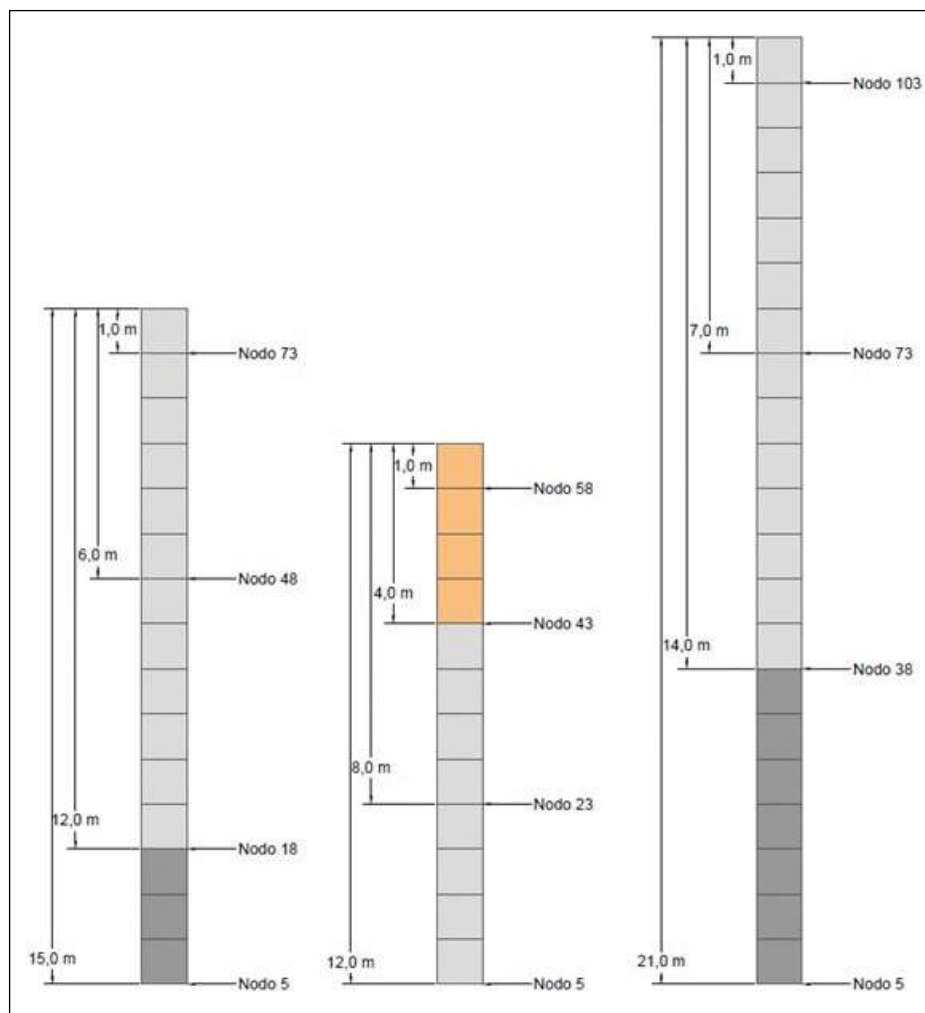


Figura 11. Detalle de columnas analizadas.

Tabla 6. Resumen de casos analizados

Caso	Localización	Contenido Finos	Sismo
1a	Limón	2 % (real)	Estación Cartago
1b	Limón	2 % (real)	Sintético
2a	Limón	23 %	Estación Cartago
2b	Limón	23 %	Sintético
3a	Limón	33 %	Estación Cartago
3b	Limón	33 %	Sintético
4a	Matina	23 % (real)	Estación Cartago
4b	Matina	23 % (real)	Sintético
5a	Matina	2 %	Estación Cartago
5b	Matina	2 %	Sintético
6a	Matina	33 %	Estación Cartago
6b	Matina	33 %	Sintético
7a	Cahuita	33 % (real)	Estación Cartago
7b	Cahuita	33 % (real)	Sintético
8a	Cahuita	2 %	Estación Cartago
8b	Cahuita	2 %	Sintético
9a	Cahuita	33 %	Estación Cartago
9b	Cahuita	33 %	Sintético

Con el programa GeHoMadrid, se analizaron estas 18 columnas de suelo, discretizándolas en elementos de 1,0 m x

1,0 m. Con ello, se obtuvieron diferentes gráficos: el primero es la variación del exceso de presión de poros generado a lo largo del sismo, el segundo de ellos es la variación del índice de vacíos y el tercero es la variación de la presión efectiva vertical. Con estos resultados se establecieron dos metodologías para determinar si la columna licúa. La primera de ellas es mediante la comparación del exceso de presión de poro producido por la carga del sismo y la presión efectiva vertical del suelo. Se presentará el fenómeno de licuación cuando la curva de sobrepresión tienda a la curva de presión efectiva. El segundo método utilizado corresponde al uso del coeficiente r_u , el cual es un coeficiente adimensional que se define como la relación entre el exceso de presión intersticial (Δu) y la presión efectiva en el punto de análisis (Rapti *et al.*, 2018). Se ha considerado que se presentará licuación cuando el parámetro r_u sea mayor o igual a 0,90.

3. RESULTADOS

3.1. Resultados obtenidos mediante elementos finitos

A continuación, se muestran las gráficas obtenidas para determinar la ocurrencia de licuación en los casos representativos, mostrándose los casos analizados con contenido de finos real de cada sitio, es decir, 1a, 1b, 4a, 4b, 7a y 7b.

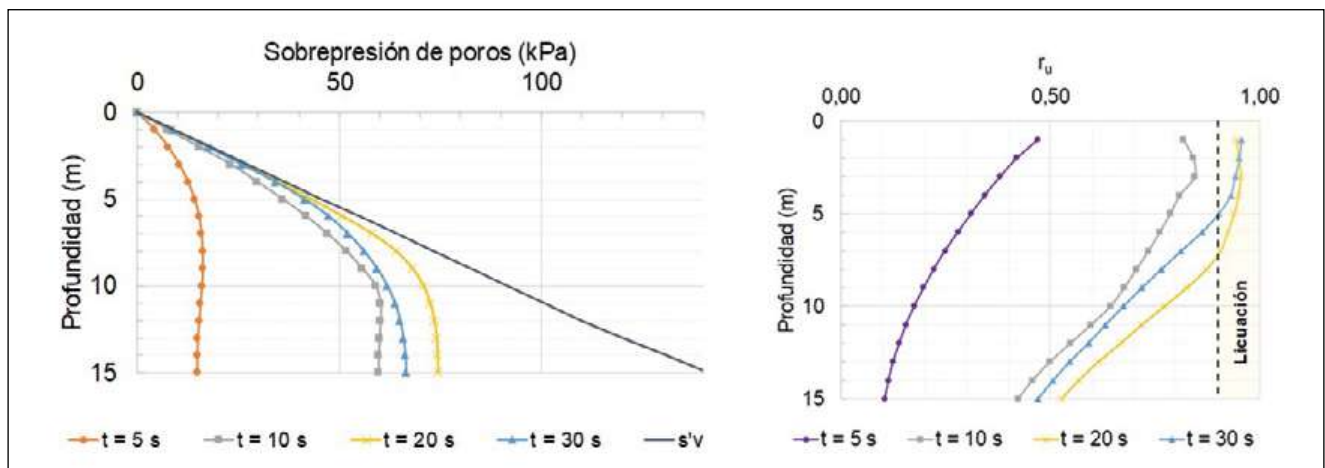


Figura 12. Resultados obtenidos mediante elementos finitos para el caso 1a.

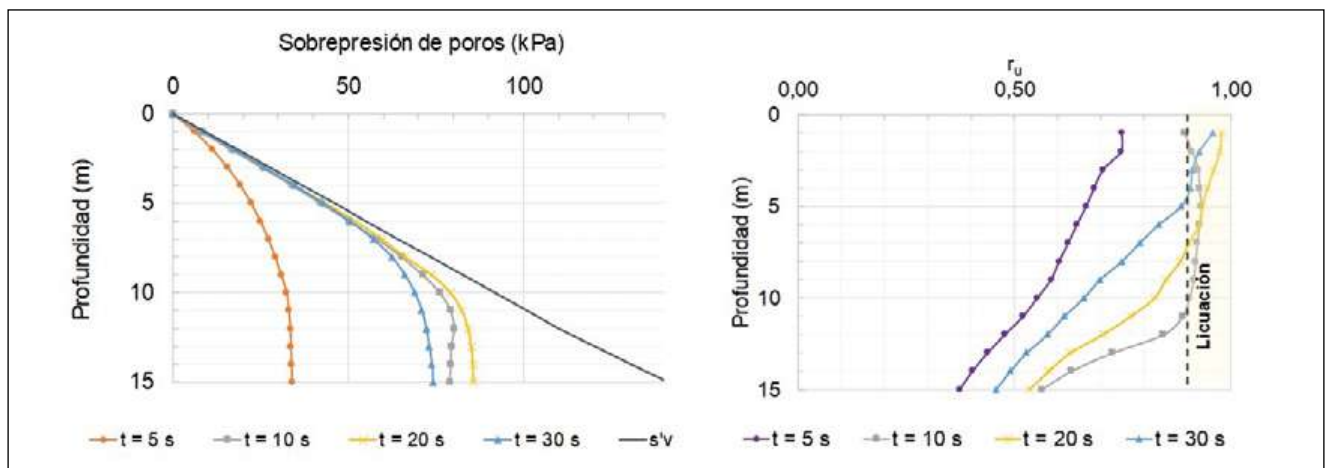


Figura 13. Resultados obtenidos mediante elementos finitos para el caso 1b.

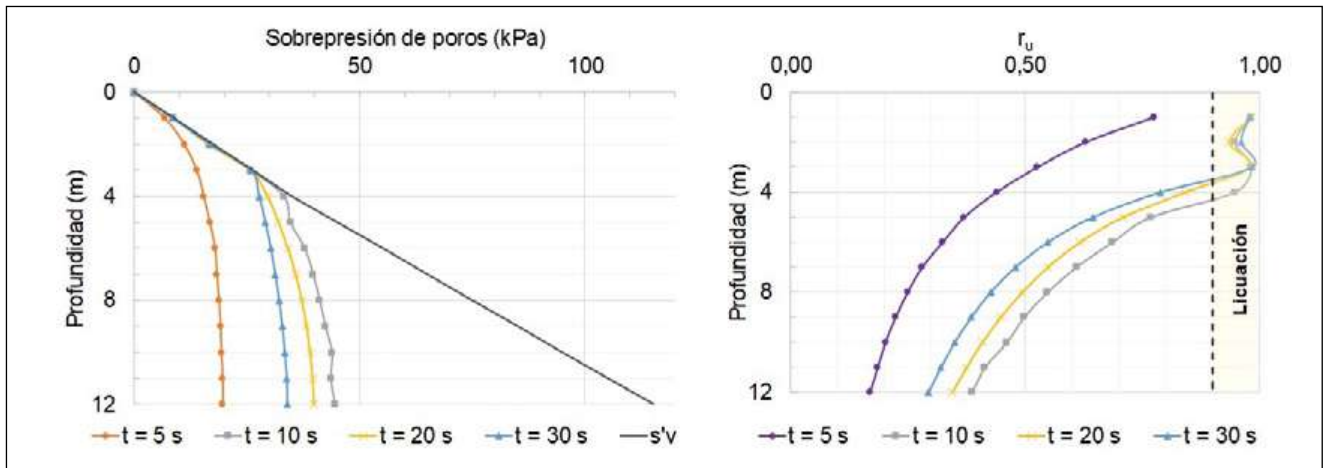


Figura 14. Resultados obtenidos mediante elementos finitos para el caso 4a.

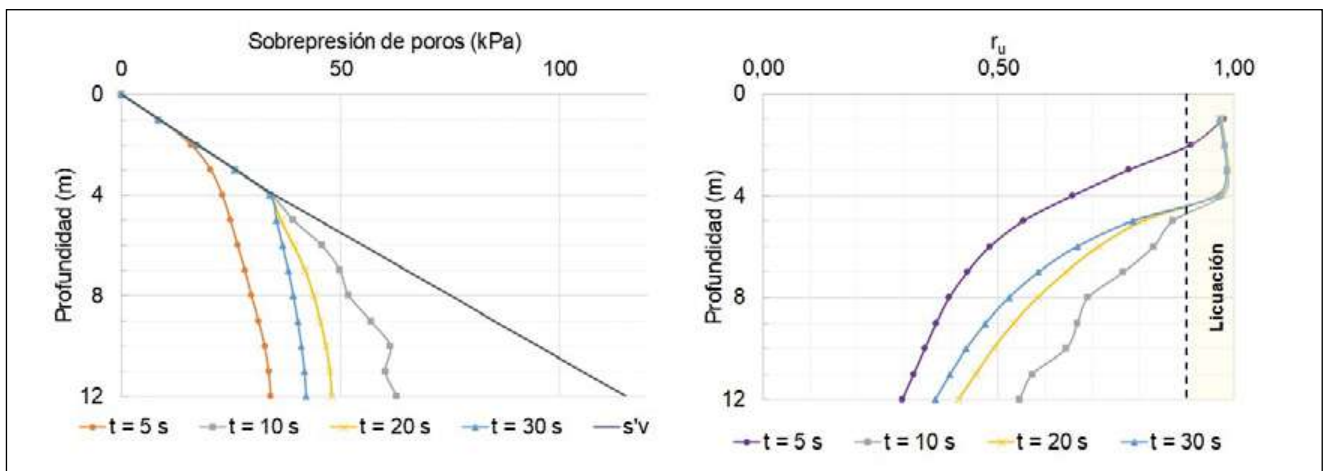


Figura 15. Resultados obtenidos mediante elementos finitos para el caso 4b.

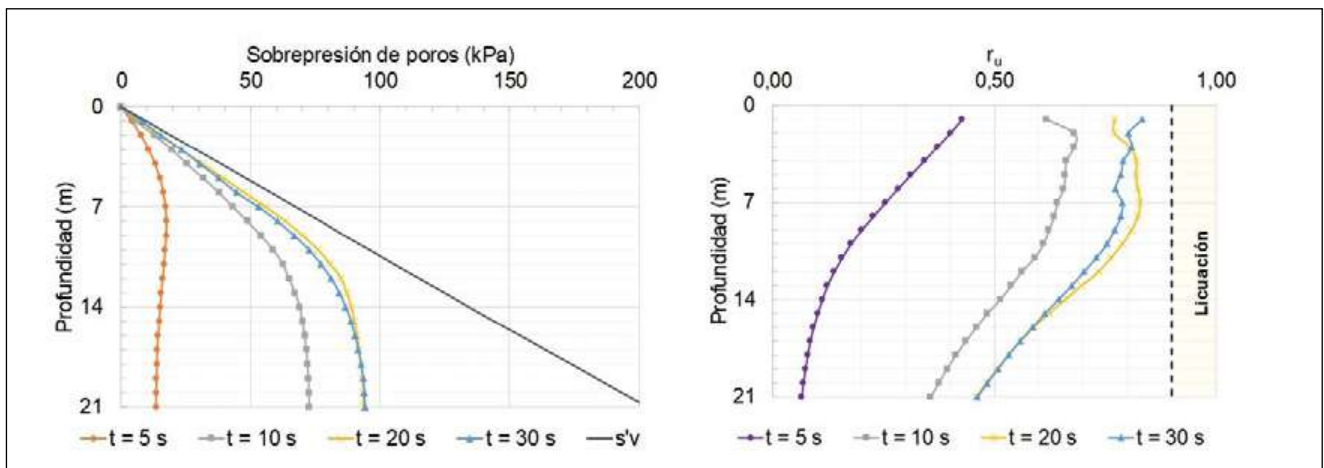


Figura 16. Resultados obtenidos mediante elementos finitos para el caso 7a.

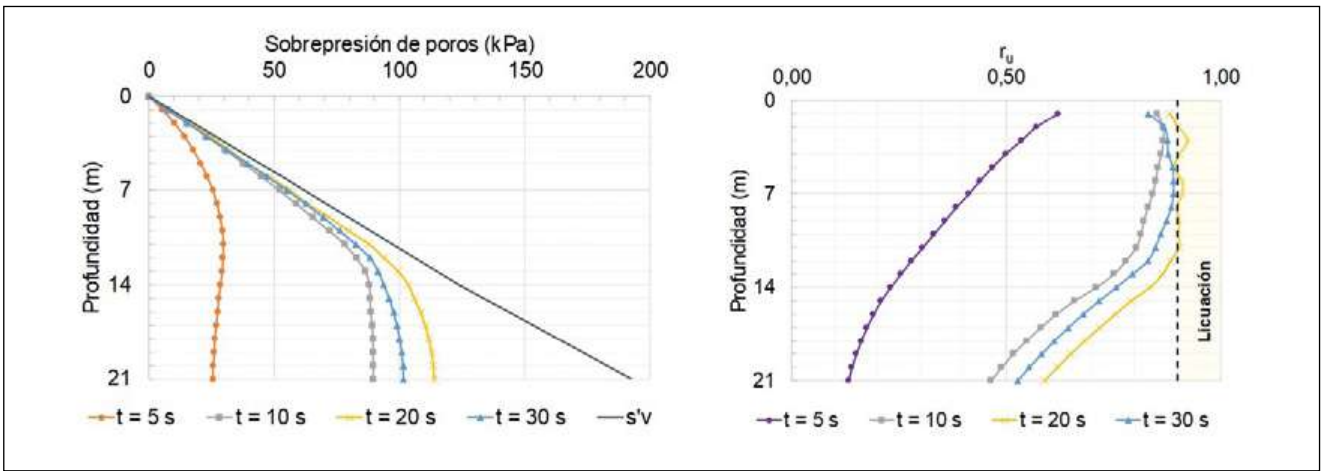


Figura 17. Resultados obtenidos mediante elementos finitos para el caso 7b.

3.2. Resultados obtenidos mediante metodología Boulanger e Idriss

En las siguientes figuras se resumen los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta por Boulanger e Idriss, a partir de relaciones con los valores obtenidos del ensayo SPT.

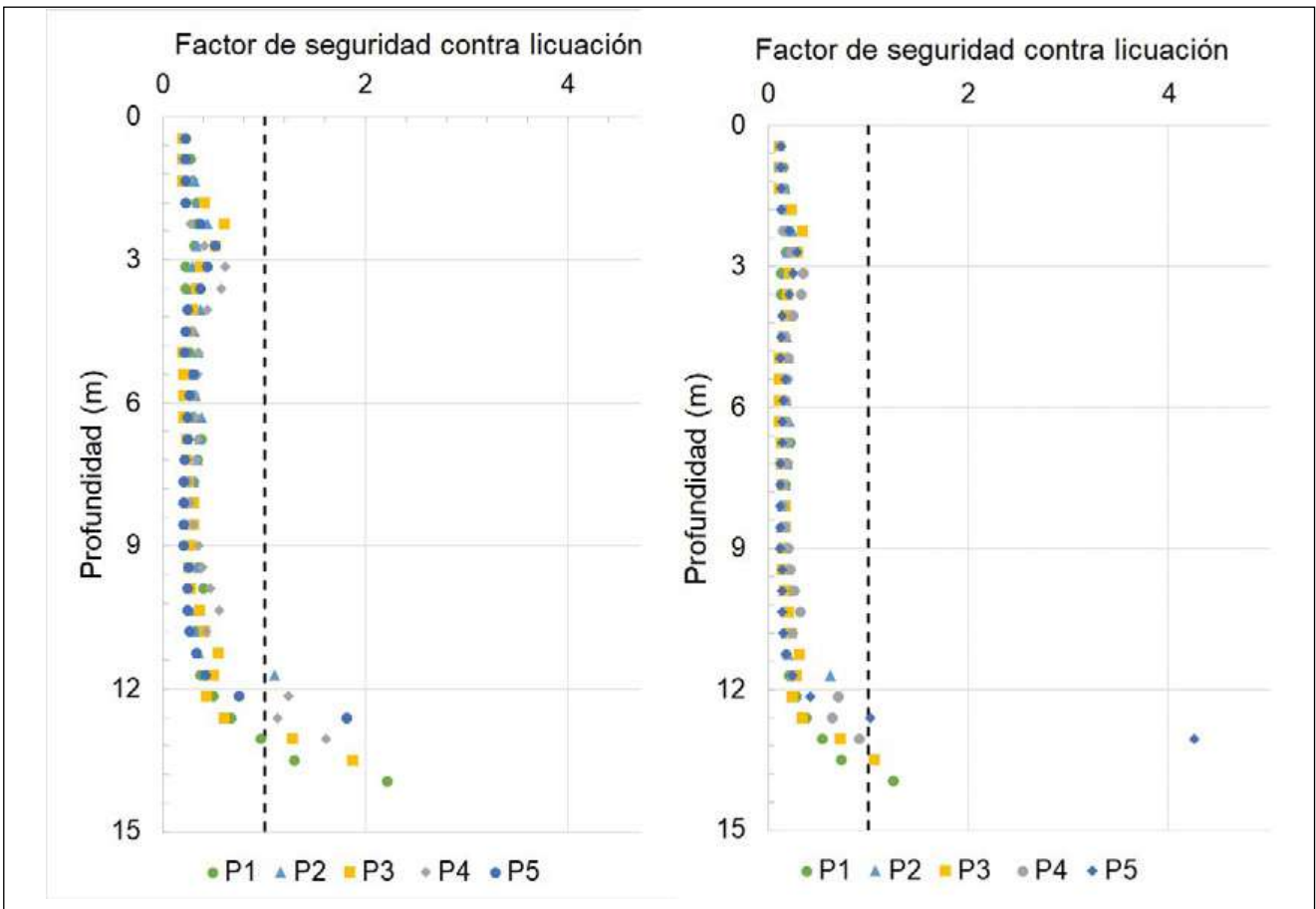


Figura 18. Resultados obtenidos con metodología Boulanger e Idriss para el caso 1a (izda.) y 1b (dcha.).

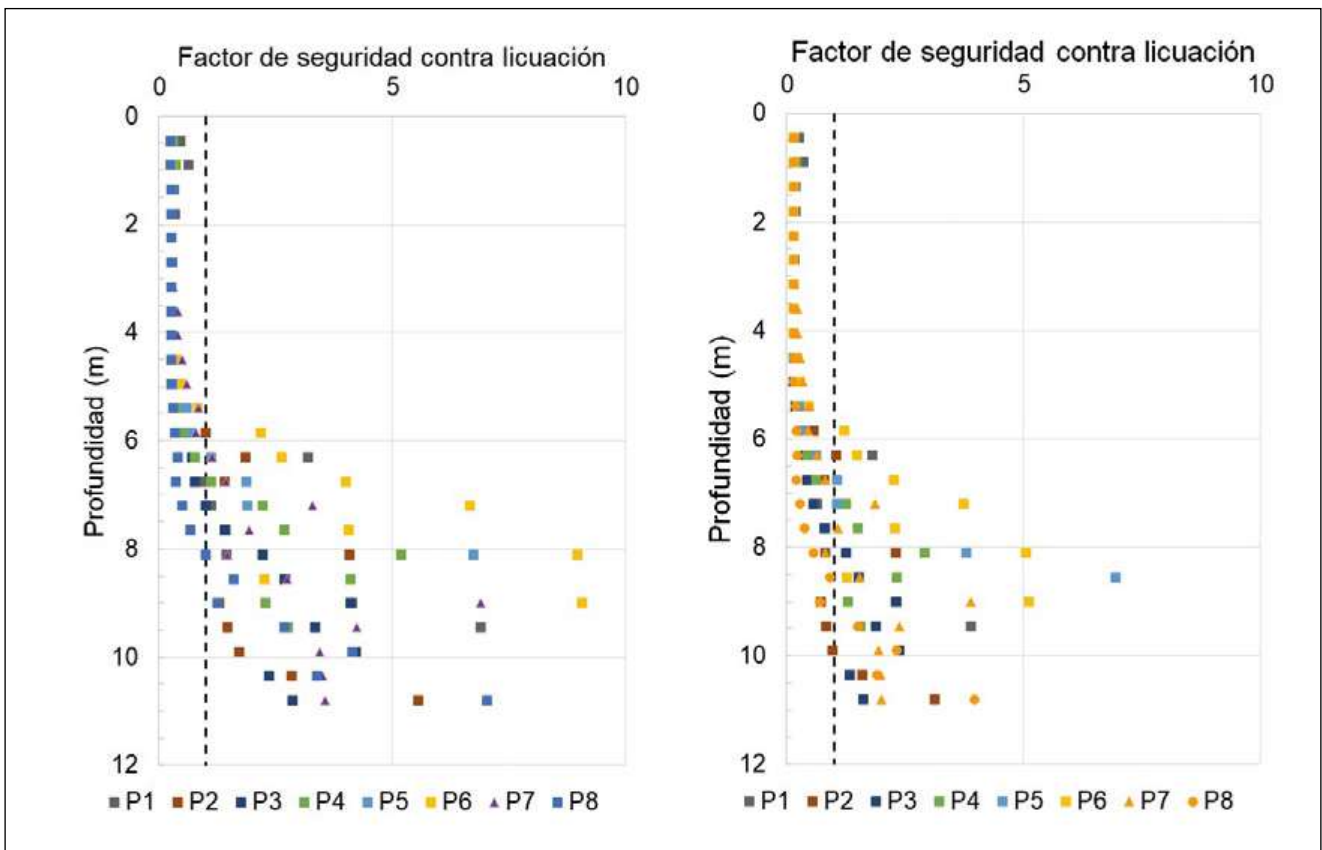


Figura 19. Resultados obtenidos con metodología Boulanger e Idriss para el caso 4a (izda.) y 4b (dcha.).

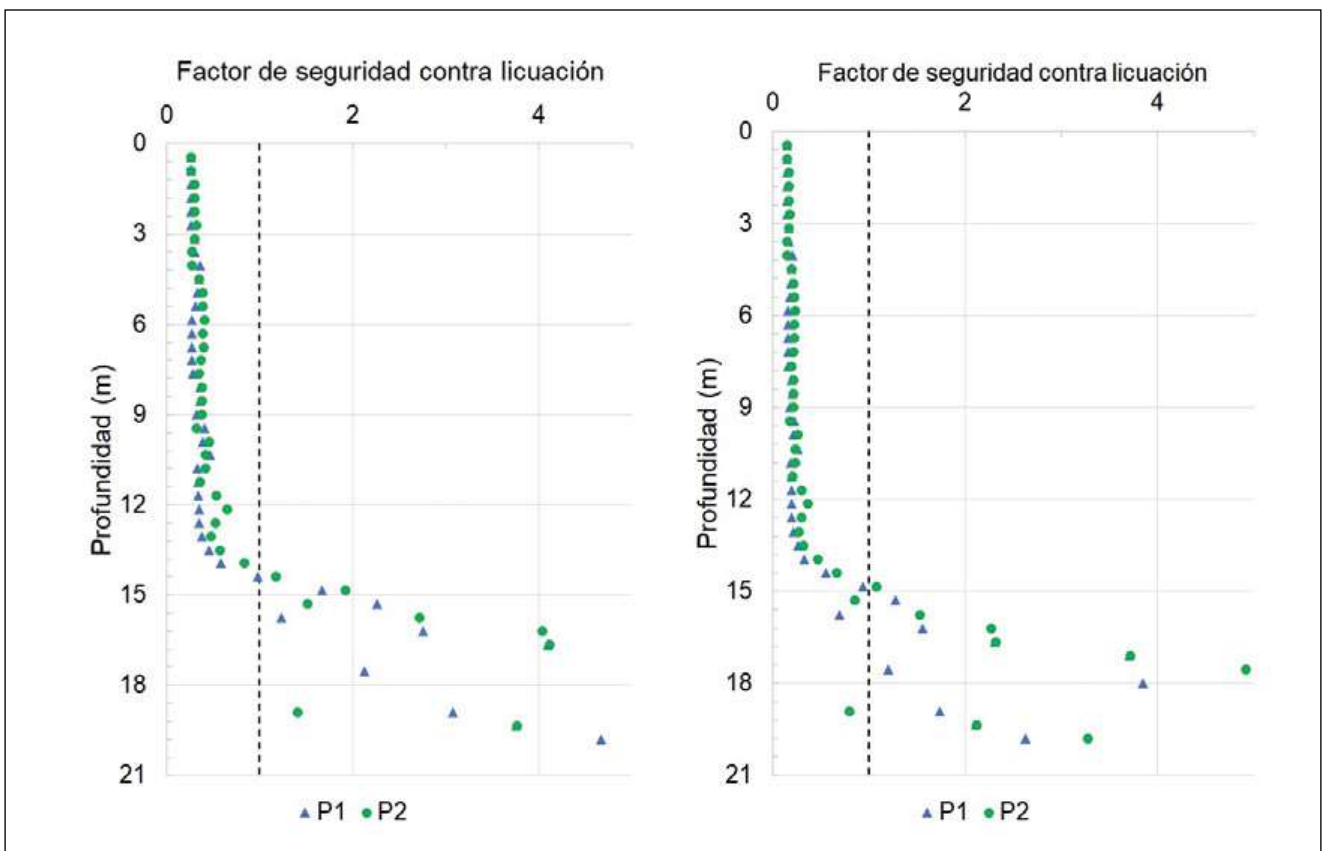


Figura 20. Resultados obtenidos con metodología Boulanger e Idriss para el caso 7a (izda.) y 7b (dcha.).

4. DISCUSIÓN

De los resultados obtenidos para caso obtenidos con el programa GeHoMadrid se extrajo la profundidad máxima a la cual se da licuación. La figura 21 muestra una comparación de los resultados, según el sitio y su contenido de finos.

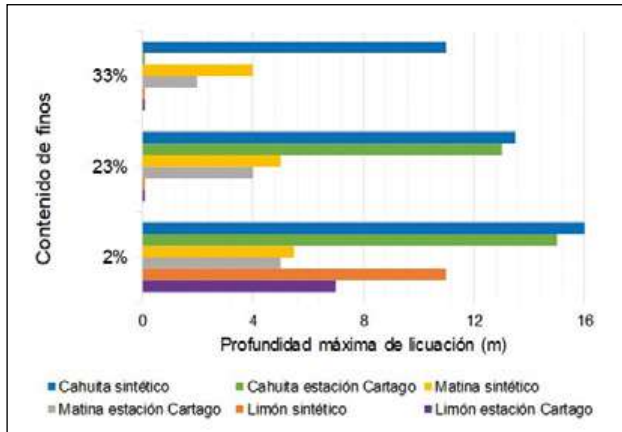


Figura 21. Profundidad de licuación máxima en cada uno de los casos analizados.

En la figura 21 se observa el efecto del contenido de finos en la susceptibilidad a presentar licuación. Por ejemplo, para el caso de un contenido de finos del 2 % todas las columnas presentaron licuación. Siendo Cahuita el sitio que mayor profundidad alcanza. Si se compara con los resultados de los ensayos SPT se observa que los estratos que presentan licuación son los que presentan menor número de golpes.

Para sismos de mayor intensidad, como es el sintético propuesto por el Laboratorio de Ingeniería Sísmica de la UCR, un mismo tipo de suelo puede alcanzar mayores profundidades de licuación. Lo anterior se debe a que una carga cíclica de mayor intensidad producirá mayores excesos de presión de poros en los suelos, y esto a su vez reduce la tensión efectiva del suelo y puede anular su resistencia al corte.

Posteriormente, se realizó una comparativa utilizando los resultados del sismo registrado en la estación Cartago del parámetro r_u (figura 22). Este parámetro compara la sobrepresión que se genera en el suelo con su tensión vertical efectiva bajo condiciones estáticas. Por lo tanto, es un parámetro que permite determinar la intensidad del fenómeno de licuación. Cuanto más se acerque a la unidad, mayor será el efecto de éste.

Es posible concluir que, para los casos con el contenido de finos (FC) analizado, se reduce el potencial de licuación a mayor contenido de finos. Esto se puede observar con gran detalle en el caso de Limón, representado con la línea azul, el caso real con FC de 2 % presenta licuación hasta una profundidad de 7,0 m, al aumentar sus partículas finas a 23 % la columna ya no licua. De igual forma, si se aumenta a 33 %, no sólo la columna no licua, sino que desarrolla menores sobrepresiones de poros y, por lo tanto, la resistencia presenta una menor reducción. Este comportamiento se repite de forma similar en los sitios de Cahuita y Matina, representados por las líneas verde y amarilla, respectivamente.

Otro aspecto importante de destacar de los resultados obtenidos es la relación que existe entre la variación del esfuerzo efectivo vertical y el índice de vacíos del suelo. Para efecto

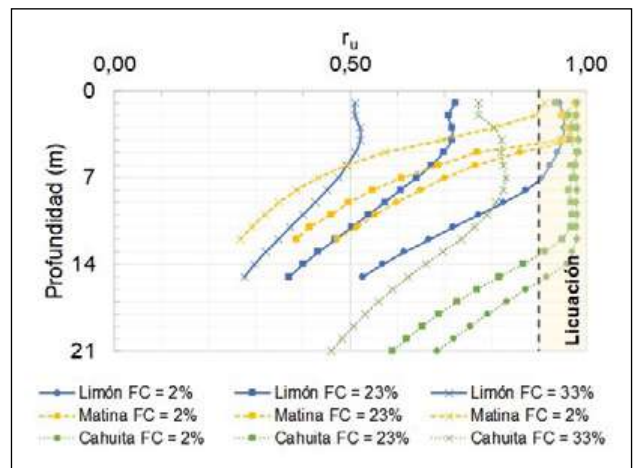


Figura 22. Comparativa del parámetro r_u para los casos analizados del sismo registrado en la estación Cartago.

demonstrativo, se elaboró la comparación de ambas variables para el caso 5b, que se muestra en la figura 23. El esfuerzo efectivo vertical está representado por las líneas punteadas, mientras que el índice de vacíos por la línea continua.

La figura 23 muestra el momento en donde se produce la licuación, es decir, cuando el esfuerzo efectivo se vuelve nulo o muy cercano a cero. A partir de ahí, se reduce muy significativamente el índice de vacíos. Por ejemplo, para el nodo 58 de la columna, del caso 5b, se observa cómo el índice de vacíos se reduce drásticamente, al alcanzarse el esfuerzo efectivo nulo. De manera contraria, en el nodo 5, donde no se da licuación, se observa un comportamiento más lineal de la variación del índice de vacíos. Esto quiere decir que no hay un cambio volumétrico brusco a causa del fenómeno de licuación. La reducción, de menor magnitud, se da a causa de la densificación de la arena al ser sometida al sismo.

Muchas metodologías teóricas para determinar el potencial licuable de suelos granulares establecen una cota máxima de licuación que ronda los 20 m de profundidad. A partir de los análisis realizados en el sitio de Cahuita, donde los sondeos alcanzaron mayor profundidad, se comprobó dicha limitación. Cuanto más profundo se localiza el punto de análisis, mayor será la resistencia que tendrá el suelo por el peso propio, y será muy difícil que se alcancen sobrepresiones de poro que anulen dicha tensión.

Finalmente, se realizó una comparativa entre el porcentaje de finos y la sobrepresión de poros que se genera

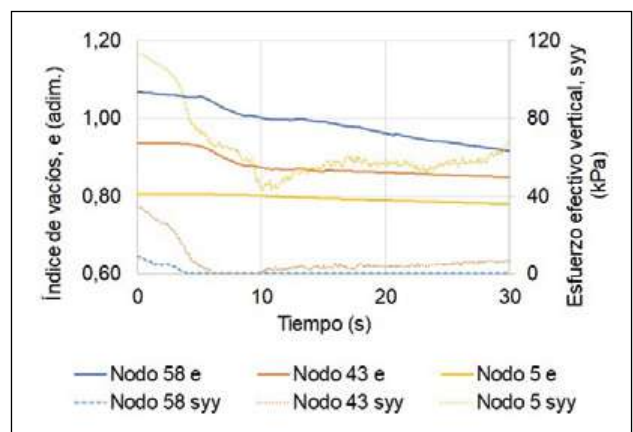


Figura 23. Comparación entre el índice de vacíos y el esfuerzo vertical para el caso 5b.

durante el sismo. Para ello se ejemplifica el caso del nodo 5 de la columna de Cahuita con el sismo sintético, según se muestra en la figura 24.

En el nodo analizado se concluye que, cuanto menor sea el contenido de finos, mayores serán las sobrepresiones que se generan. Lo anterior se debe a que los finos modifican la granulometría de una arena limpia y si estos rellenan los espacios intergranulares, menor será el potencial de gene-

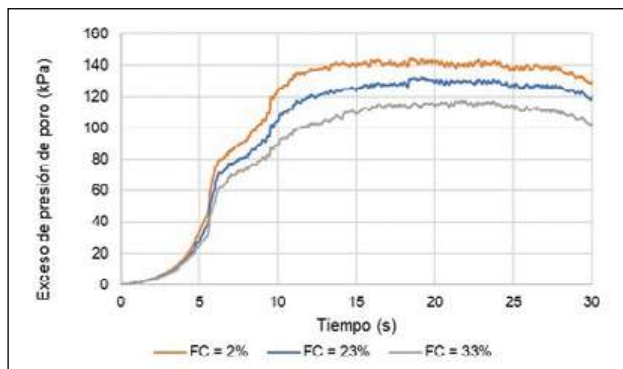


Figura 24. Efecto del contenido de finos en la generación de sobrepresiones de poro para el nodo 5 de la columna de Cahuita con el sismo sintético.

rar sobrepresiones en los poros. Esta conclusión es aplicable únicamente a los suelos de la zona analizada, con contenidos de finos entre 2 % y 33 %. Para un contenido de finos mayor, entorno al 50 %, podría encarecer los contactos entre las partículas de la arena; volviéndola más susceptible a licuar.

De los diferentes resultados, se obtuvo el gráfico resumen con las profundidades máximas de licuación para cada uno de los sitios analizados, según la metodología utilizada, el cual se muestra en la figura 25.

De la figura 25 se determina que el método de Boulanger e Idriss estima mayores profundidades de licuación, en comparación con las obtenidas con el método de elementos finitos. Esto se debe a que Boulanger e Idriss no consideran la posición inicial de las arenas respecto a su línea de estado crítico. Por lo tanto, puede sobreestimar las profundidades máximas de licuación.

El método de elementos finitos es un método más complejo que requiere de una serie de ensayos más especializados,

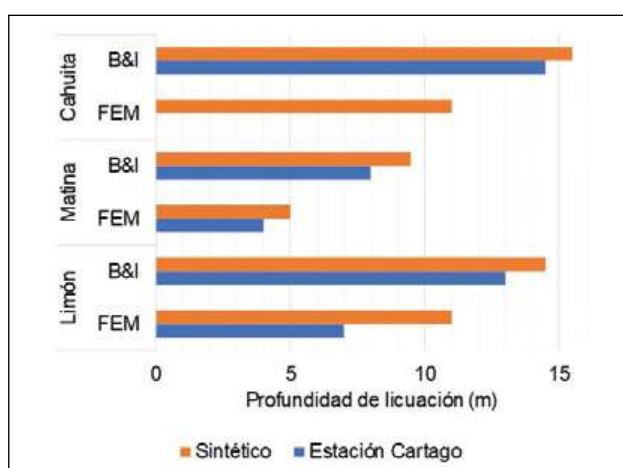


Figura 25. Comparación de resultados obtenidos para los casos reales utilizando las metodologías de elementos finitos (FEM) y Boulanger e Idriss (B&I).

como lo son los triaxiales. Por lo tanto, se estudia más a detalle el comportamiento de la arena al ser sometida a la carga cíclica del sismo. Por su parte, el método propuesto por Boulanger e Idriss utiliza los resultados de los ensayos más simples, como son el de penetración estándar y granulometría.

A pesar de las diferencias obtenidas, se hace notar que ambos métodos son adecuados para la estimación del potencial de licuación de arenas, así como la influencia del contenido de finos en este fenómeno. Dependiendo de la envergadura de un proyecto, será posible realizar ensayos más especializados, a fin de calibrar los parámetros del modelo constitutivo y aplicar la metodología de elementos finitos. Sin embargo, para proyectos pequeños con menor presupuesto es posible utilizar de manera confiable el método de Boulanger e Idriss y obtener resultados que garanticen una adecuada seguridad de las obras.

5. CONCLUSIONES

De la investigación realizada, es posible concluir:

1. El modelo MPZ reproduce de forma satisfactoria el comportamiento de arenas tomando como referencia su índice de vacíos y presión de confinamiento inicial. Con ello, se determina el parámetro de estado que mide la distancia del suelo analizado con la línea de estado crítico, permitiendo una estimación preliminar del potencial de licuación.
2. La calibración de los parámetros de estado crítico del modelo constitutivo permitió establecer que el contenido de finos altera la pendiente de la CSL. Para las arenas estudiadas se obtuvo que, a mayor contenido de finos, mayor es la pendiente. Esto es aplicable para las arenas ensayadas, con un contenido de finos de hasta 33 %. Para porcentajes mayores es esperable un comportamiento diferente, ya que las partículas finas podrían disminuir los contactos entre las partículas arenosas.
3. Se comprobó mediante los análisis realizados que el contenido de finos disminuye el potencial de licuación de arenas. Este patrón de comportamiento se observó en suelos granulares con finos que varían entre 2 % y 33 %.
4. El método de elementos finitos permite obtener resultados con mayor apego a la realidad del fenómeno de licuación de arenas, por medio del uso de un modelo constitutivo que reproduzca adecuadamente el comportamiento del suelo. Además, permite analizar la evolución temporal de parámetros como índice de vacíos, tensiones efectivas, exceso de presión de poros, entre otros.
5. La metodología propuesta por Boulanger e Idriss permite estimar de manera segura y sin la necesidad de realizar ensayos especiales de laboratorio el potencial de licuación de arenas. Sin embargo, se notó que este método tiende a sobreestimar las profundidades de licuación en relación con el método de elementos finitos. Por lo que se recomienda, para proyectos de mayor envergadura, realizar ensayos triaxiales a fin de obtener los parámetros del modelo constitutivo y posterior aplicación de elementos finitos para la determinación del potencial de licuación. Esta prácti-

ca, si bien puede aumentar los costos de los ensayos geotécnicos, puede reducir significativamente el costo final del proyecto con un diseño optimizado. Lo anterior se debe a que se tendrá mayor certeza de la profundidad a la cual ocurrirá este fenómeno.

6. Las diferencias observadas entre ambas metodologías se deben a que el método propuesto por Boulanger e Idriss no considera la posición inicial del suelo con respecto a su línea de estado crítico. El modelo constitutivo MPZ sí toma en cuenta dichas variables y, por lo tanto, permite obtener resultados más precisos.
7. Entre las mayores ventajas de la metodología de elementos finitos está la posibilidad de realizar un análisis de la interacción suelo-estructura; mientras que con el método de Boulanger e Idriss no es posible.

6. REFERENCIAS

- Asociación Costarricense de Geotecnia (2009). *Código de Cementaciones de Costa Rica*. Tercera edición. Cartago: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Boulanger, R.W., e Idriss, I.M. (2014). *CPT and SPT based Liquefaction Triggering Procedures*. David (CA/USA): Center for Geotechnical Modelling, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California.
- Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (1996). *Estudio de caso: Terremoto del 22 de abril de 1991, Limón, Costa Rica*. Lima: OPS/CEPIS/PUB.
- Hernández, I. (2010). *Influencia del Porcentaje de Fines en el Fenómeno de Licuación de Arenas*. Trabajo Final de Graduación (Maestría Profesional en Ingeniería Geotécnica). San Pedro: Escuela de Ingeniería en Civil, Universidad de Costa Rica, pp. 17-82.
- Ingeotec S.A. (2009). *IG-005-2009: Puente sobre quebrada sin nombre*. San José, Costa Rica: Ingeotec S.A.
- Ingeotec S.A. (2010). *IG-112-2010: Nueva terminal del Aeropuerto Internacional de Limón*. San José, Costa Rica: Ingeotec S.A.
- Ingeotec S.A. (2019). *IG-002-2019: Tanques de almacenamiento de combustibles en RECOPE*. San José, Costa Rica: Ingeotec S.A.
- Kishida, H. (1969). Characteristics of Liquefied Sands During Mino-Owari, Tohankai and Fukui Earthquakes. *Tokio. Soil and Foundations*, 9(1): pp. 75-92. <https://doi.org/10.3208/sandf1960.9.75>
- Kramer, S.L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice Hall International Series.
- Laboratorio de Ingeniería Sísmica (2019). *Escenario Terremoto de Limón 1991*. San Pedro, Costa Rica: LIS, UCR.
- Laporte, G. (1995). *Licuación en Suelos y Desplazamiento Horizontal del Terreno, Inducidos por Sismo: Análisis y Evaluación para Costa Rica*. Trabajo Final de Graduación (Grado en Ciencias). San Pedro: Escuela de Ingeniería Civil, Universidad de Costa Rica.
- Ledesma, O., Manzanal, D., y Sfriso, A. (2021). Formulation and numerical implementation of a state parameter-based generalized plasticity model for mine tailings. *Computers & Geotechnics*, Vol. 135, 104158.
- Ledesma, O., Manzanal, D., y Sfriso, A. (2022). Closure to "Procedure for Assessing Liquefaction Vulnerability of Tailing Dams". *Computers & Geotechnics*, Vol. 149, 104870. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.104870>
- Ledesma, O., Sfriso, A., y Manzanal, D. (2022). Procedure for assessing liquefaction vulnerability of tailing dams. *Computers & Geotechnics*, Vol. 144, 104632. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.104632>
- Li, X. (1997). Modeling of dilative shear failure. *Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(7): pp. 609-616. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(1997\)123:7\(609\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(1997)123:7(609))
- Liao, S.S.C., y Whitman, R.V. (1986). *Catalogue of liquefaction and non-liquefaction occurrences during earthquakes*. Cambridge (MA/USA): Department of Civil Engineering, MIT.
- Limaico, L., Manzanal, D., y Mira, P. (2019). *Análisis de la licuación. Efecto de contenido de finos*. Trabajo Fin de Máster. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (UPM).
- Mann, P., Schubert, C., y Burke, K. (1990). Review of Caribbean Neotectonics. En G. Dengo y J.E. Case (eds.), *The Caribbean Region. The Geology of North America* (pp. 307-338). Boulder (CO/USA): The Geological Society of America.
- Manzanal, D. (2008). *Modelo Constitutivo Basado en la Teoría de la Plasticidad Generalizada con la Incorporación de Parámetros de Estado para las Arenas Saturadas y No Saturadas*. Trabajo Final de Graduación (Grado de Doctorado). Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (UPM).
- Manzanal, D., Bertelli, S., López-Querol, S., Rossetto, T., y Mira, P. (2021). Influence of Fines Content on Liquefaction from a Critical State Framework: the Christchurch Earthquake Case Study. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 80, pp. 4871-4889.
- Manzanal, D., Fernández-Merodo, J.A., y Pastor, M. (2010). Generalized plasticity state parameter-based model for saturated and unsaturated soils. Part 1: Saturated state. Madrid: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35(12): pp. 1347-1362. <https://doi.org/10.1002/nag.961>
- Morales, L. (1994). Daños causados por el Terremoto de Limón: pérdidas y medidas de mitigación. *Revista Geológica de América Central*, n° 17, pp. 201-210.
- Rapti, I., López-Caballero, F., Modaressi-Farrahmand, A., Foucault, A., y Voldoire, F. (2018). Liquefaction analysis and damage evaluation of embankment-type structures. *Acta Geotechnica*, 13(5): pp. 1041-1059.
- Robertson, P.K., y Fear, C.E. (1997). Cyclic Liquefaction and its evaluations based on the SPT and CPT. *Proceeding of the NCEER workshop on evaluation of liquefaction resistance of soils*, pp. 41-87.
- Sadrekarami, A. (2013). Influence of fines content on liquefied strength of silty sands. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 55, pp. 108-119. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2013.09.008>
- Santana, G. (1991). *Registros de Aceleraciones del Terremoto de Limón, 22 de abril, 1991*. Reporte INII. Laboratorio de Ingeniería Sísmica. San Pedro: Instituto de Investigaciones en Ingeniería de la Universidad de Costa Rica, pp. 58-91.
- Sauter, F.F. (1989). Fundamentos de Ingeniería Sísmica. En: *Introducción a la Sismología*. Cartago, C.R.: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Seed, H.B., e Idriss, I.M. (1971). Simplified Procedure for Evaluating Soil Liquefaction Potential. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, 97(9): pp. 1249-1273. <https://doi.org/10.1061/JSEFAQ.0001662>
- Towhata, I. (2008). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Berlin: Springer Series in Geomechanics and Geoengineering.
- Zienkiewicz, O.C., Chang, C.T., y Bettess, P. (1980). Drained, undrained, consolidating and dynamic behavior assumptions in soils. *Géotechnique*, 30(4): pp. 385-395. <https://doi.org/10.1680/geot.1980.30.4.385>

Verificación de los estados límite últimos por métodos numéricos en el marco de la segunda generación del Eurocódigo 7

Verification of the Ultimate Limit States Using Numerical Methods in the Framework of the Second Generation of Eurocode 7

Jorge Ibarra Pérez^{1*}

Resumen

Los proyectos geotécnicos han de satisfacer los condicionantes de diseño contando con un resguardo suficiente de seguridad ante el fallo. Existen distintas metodologías para realizar estas comprobaciones, como los métodos analíticos, los métodos empíricos o los métodos numéricos.

Los métodos numéricos están ampliamente difundidos en el ámbito geotécnico para la realización de los cálculos requeridos en las comprobaciones de los estados límite, ya sean los de servicio, que son aquellos que de superarse dan lugar a situaciones que exceden los criterios de diseño de funcionalidad, estética o durabilidad, o los últimos, que son aquellos que de ser superados causan el colapso del elemento analizado. Los valores de no excedencia vienen definidos en las diversas normas geotécnicas, que pueden o no hacer diferenciaciones en función del método de cálculo empleado.

En este sentido, la futura segunda generación del Eurocódigo 7 recogerá reglas específicas para el empleo de métodos numéricos en la verificación del cumplimiento de los requisitos de diseño. Esta incorporación resulta especialmente relevante en la comprobación de los estados límite últimos por sus notables diferencias con los cálculos analíticos clásicos.

Palabras clave: Eurocódigo 7, estados límite últimos, métodos analíticos, métodos numéricos plasticidad asociada.

Abstract

Geotechnical design projects must satisfy the design conditions with sufficient safety against failure. There are different methodologies to perform these checks, such as analytical methods, empirical methods or numerical methods.

Numerical methods are widely used in geotechnics to carry out the calculations required in the verification of the limit states, either the serviceability limit states, which are those that, if exceeded, lead to situations that overcome the design criteria of functionality, aesthetics or durability, or the ultimate limit states, which are those that, if exceeded, cause the collapse of the element under analysis. The non-exceedance values are defined in the various geotechnical standards, which may or may not make differentiations depending on the calculation method used.

In this sense, the future second generation of Eurocode 7 will include specific rules for the use of numerical methods in the assessment of design requirements. This incorporation is particularly relevant in the verification of ultimate limit states because of their notable differences with classical analytical calculations.

Keywords: Eurocode 7, ultimate limit states, analytical methods, numerical methods, associated flow rule.

1. INTRODUCCIÓN

El cálculo numérico presenta ciertas diferencias a destacar respecto del procedimiento tradicional analítico para la verificación de los estados límites últimos en las estructuras geotécnicas. En el cálculo tradicional mediante fórmulas se realizan comprobaciones independientes de una serie de situaciones de rotura tipificadas (deslizamiento, hundimiento, vuelco, etc.), y cada una de ellas puede requerir unos requisitos de seguridad distintos. Este procedimiento presenta como desventaja que el modo de fallo crítico del sistema puede no corresponderse con un modo canónico, por lo que no se estaría contemplando ni, por tanto, comprobando. Por el contrario,

con los métodos numéricos puede obtenerse automáticamente la situación más crítica de fallo, independientemente del problema analizado o del modo de fallo que se presente, que puede o no corresponderse con alguno de los modos de fallo tipificados en el cálculo tradicional que, por su parte, resultan difíciles o sencillamente imposibles de reproducir.

Otra gran diferencia entre ambos métodos reside en cómo se aplican los factores de seguridad, pues, en general, en la resolución numérica únicamente se actúa directamente *a priori* sobre los datos de entrada (las acciones y parámetros resistentes del modelo) o *a posteriori* sobre los resultados del cálculo (los efectos de las acciones), pero no sobre estadios intermedios del cálculo (por ejemplo, los empujes del terreno), algo que sí es habitual en los cálculos analíticos donde se hace de forma directa.

La actual primera generación del Eurocódigo 7 permite el empleo de los métodos numéricos, pero en ella no se

* E-mail: jibarra61@alumno.uned.es

¹ Ingeniero de caminos, canales y puertos.

establecen procedimientos ni se hacen distinciones entre este tipo de cálculos y los métodos analíticos. En la actualidad está en proceso la preparación de su segunda generación, que incluye una cláusula con recomendaciones para realizar las comprobaciones geotécnicas empleando métodos numéricos. Según Lees (2019), de adoptarse en la versión final de la segunda generación del Eurocódigo 7 las especificaciones referentes a los métodos numéricos que aparecen en la versión borrador, entonces se estaría ante la primera normativa de diseño geotécnico general que incorpore reglas específicas para la verificación empleando métodos numéricos.

2. ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS

Un estado límite último geotécnico se corresponde con una situación ficticia que se consigue actuando sobre los parámetros resistentes del terreno [M], sobre las acciones [A] (o los efectos de estas [E]) o sobre las resistencias que se derivan de la oposición a las acciones [R]. Una vez configurado el estado último de esta forma, si se comprueba que es estable implicará que el diseño real verifica el criterio de seguridad requerido por la normativa. Por tanto, un estado límite último geotécnico es un estado extremo ficticio que no se corresponde con un incremento monótono del estado tensional que parta de una situación inicialmente estable hasta que deje de serlo, puesto que es un estado prefijado, estacionario, no un estadio de un proceso.

Con el método clásico basado en la obtención de un factor de seguridad global, sin aplicar factores a los elementos que configuran el sistema analizado, se obtiene el modo de fallo “correcto”, que puede no coincidir con el modo resultado de aplicar estos factores parciales previamente a realizar el cálculo, si bien como indican Simpson y Junaideen (2013) con el método de los factores parciales no se busca obtener el modo de fallo “correcto” sino verificar el sistema frente a fallos en circunstancias extremas.

Un estado límite último podría estar suficientemente alejado del colapso, si bien un diseño optimizado ajustará, en general, sus características al valor mínimo requerido por la normativa, sin holguras. Por ello, habitualmente el diseño acorde a los estados límite últimos se corresponderá con una situación de colapso plástico inminente. Es en estas situaciones cuando los problemas derivados de considerar una ley de fluencia no asociada (ángulo de dilatancia menor que el

ángulo de rozamiento interno) pueden prevenir de obtener una única solución, por la localización de la deformación en bandas de corte que es sinónimo de variaciones en el modo de fallo conforme evoluciona el proceso.

Por el contrario, si se considera plasticidad asociada se garantiza la unicidad de la solución, aunque ello implica que en el momento del fallo se está asumiendo que se produce un cambio de volumen extremo con un valor del ángulo de dilatancia igual al ángulo de rozamiento y, en realidad, el comportamiento observado de los suelos no responde a esta condición.

3. MÉTODO DE LOS FACTORES PARCIALES

El Eurocódigo 7 es la normativa europea que trata los aspectos geotécnicos que han de satisfacer los proyectos de ingeniería civil y de edificación. Las verificaciones que hay que realizar se basan, como en el resto de Eurocódigos, en el conocido método de los estados límite, que requiere la verificación de los estados límite últimos [ELU] y los estados límite de servicio [ELS].

Existen distintos conjuntos de los factores A, M y R, cuyo significado se recoge en la tabla 1, cada uno con sus coeficientes asociados, que se pueden combinar de distintas formas, dando lugar a los distintos casos de verificación que describen la forma en que se han de aplicar los factores parciales para la verificación de los estados límite. En general, se aplican factores parciales mayores que uno a dos de estos elementos y no se actúa sobre el tercero. Los casos de verificación contemplados en el borrador del nuevo Eurocódigo 0 se muestran en la tabla 2.

Tabla 1. Procedimientos para la aplicación de factores parciales

Tipo	Actúa sobre	Factor a considerar
A (Acciones)	Las acciones de proyecto (o el efecto que producen las acciones).	Aumentar las cargas desfavorables y minorar las favorables por un factor γ_F o γ_E .
M (Materiales)	Las propiedades geomecánicas del terreno.	Reducir los parámetros resistentes por un factor γ_M .
R (Resistencias)	La resistencia del terreno.	Reducir las resistencias calculadas por un factor γ_R .

Tabla 2. Factores parciales a aplicar a las acciones o a los efectos de las acciones según el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 0 para las situaciones persistentes o transitorias

Acción o efecto				Factores parciales γ_F y γ_E				
Tipo	Grupo	Sím	Efecto resultante	Resistencia estructural	Equilibrio estático y flotación		Diseño geotécnico	
Situación persistente o transitoria								
Caso de verificación				VC1	VC2(a)	VC2(b)	VC3	VC4
Fórmula				(8.4)	(8.4)	(8.4)	(8.4)	(8.5)
Acciones permanentes $[G_k]$	Todas (excepto presión agua)	γ_G	Desfavorable/desestabilizador	1,35·k _F	1,35·k _F	1	1	G _k no se aplican factores
	Agua (nivel freático)	γ_{Gw}		1,2·k _F	1,2·k _F	1	1	
	Todas (excepto presión agua)	$\gamma_{G,stab}$	Estabilizador	No se emplea	1,15	1	No se emplea	
	Agua (olas, corrientes)	$\gamma_{Gw,stab}$		1	1			
Todas	$\gamma_{G,fav}$	Favorable	1	1	1	1		
Acciones variables $[Q_k]$	Todas	γ_Q	Desfavorable	1,5·k _F	1,5·k _F	1,5·k _F	1,3	$\gamma_Q \cdot \gamma_{Q,1}$
	Agua	γ_{Qw}		1,35·k _F	1,35·k _F	1,35·k _F	1,15	1
	Todas	$\gamma_{Q,fav}$	Favorable	0	0	0	0	0
Efectos de las acciones [E]		γ_E	Desfavorable	No se aplican factores				1,35·k _F
		$\gamma_{E,fav}$	Favorable					1

4. VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS ANALÍTICOS SEGÚN EL BORRADOR DE LA SEGUNDA GENERACIÓN DEL EUROCÓDIGO

Para la verificación de los estados límite últimos referidos al terreno, el borrador del nuevo Eurocódigo 7 indica que se debe emplear el enfoque MFA (*Material Factor Approach*), que consiste en aplicar factores a las propiedades de los materiales, o el enfoque RFA (*Resistance Factor Approach*), que consiste en aplicar factores a las resistencias calculadas, según sea el tipo de estructura geotécnica de las contempladas en la parte 3.

Las acciones [A] y los efectos de las acciones [E] se agrupan en cuatro casos de verificación, denominados VC1 a VC4, de los cuales VC3 y VC4 se corresponden con el diseño geotécnico, mientras que VC1 responde al diseño estructural (y también al diseño geotécnico en ciertos casos) y VC2 al equilibrio estático y flotación. Los factores parciales para algunos de estos casos de verificación incluyen un factor de consecuencia de fallo k_F que adopta, para edificios, puentes y estructuras geotécnicas relacionadas, los valores 1,1; 1,0; o 0,9 en función de si la clase de consecuencia es CC3 (alta), CC2 (normal) o CC1 (baja), respectivamente (anexo A EN 1990).

Para el caso de verificación VC4, el factor correspondiente a las acciones variables desfavorables se obtiene a partir de la relación entre el factor de las acciones variables desestabilizadoras correspondientes al caso de

verificación VC1 y el factor de las acciones permanentes desestabilizadoras también del caso de verificación VC1. Por tanto, en el caso general, adoptará el valor $\gamma_{Q,1}/\gamma_{G,1}=1,5/1,35\approx 1,11$.

Los factores a aplicar a las propiedades de los materiales [M] se agrupan en dos casos, denominados M1 y M2, cuyos valores se definen en la tabla [4.8] de la primera parte del futuro Eurocódigo 7, si bien son parámetros de determinación nacional (NDP) y, por tanto, podrán variar. Estos factores parciales se muestran en la tabla 3.

El factor de consecuencia k_M adopta los valores 1,1; 1,0; o 0,9 en función de si la clase de consecuencia es CC3 (alta), CC2 (normal) o CC1 (baja), respectivamente (tabla [4.7] prEN 1997-1:202x).

Para los casos en que se empleen métodos numéricos con modelos constitutivos complejos, la tabla incluye el factor a aplicar a la resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_e). Se distinguen entre valores residuales y de estado crítico, con factores distintos.

En lo que respecta a los factores a aplicar a las resistencias [R], estos dependen del tipo de problema que se esté analizando. En la tabla 4 se muestran, de forma simplificada, las combinaciones de A, M (en el caso MFA, con $\gamma_R=1$) y R (en el caso RFA, con $\gamma_M=1$) a adoptar para la verificación de los estados límite últimos en situaciones persistentes y transitorias en los ocho tipos de estructuras que se incluyen en la parte 3 del futuro Eurocódigo 7. No se han incluido las situaciones accidentales ni los factores parciales para los estados límite de servicio.

Tabla 3. Factores parciales a aplicar a las propiedades del modelo del terreno

Propiedades del terreno	Símbolo	M1	M2	
		Persistente Transitoria Accidental	Persistente Transitoria	Accidental
Parámetros del suelo y relleno				
Resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_e)	$\gamma_{\tau e}$	1,0	1,25- k_M	1,1
Coefficiente de rozamiento pico ($\tan \phi'_p$)	$\gamma_{\tan \phi'_p}$	1,0	1,25- k_M	1,1
Cohesión efectiva pico (c'_p)	$\gamma_{c'_p}$	1,0	1,25- k_M	1,1
Coefficiente de rozamiento en estado crítico ($\tan \phi'_{cs}$)	$\gamma_{\tan \phi'_{cs}}$	1,0	1,1- k_M	1,0
Coefficiente de rozamiento residual ($\tan \phi'_r$)	$\gamma_{\tan \phi'_r}$	1,0	1,1- k_M	1,0
Cohesión efectiva residual (c'_r)	$\gamma_{c'_r}$	1,0	1,1- k_M	1,0
Resistencia al corte en análisis en tensiones totales (c_u)	γ_{c_u}	1,0	1,4- k_M	1,2
Resistencia a la compresión simple no confinada (q_u)	γ_{q_u}	1,0	1,4- k_M	1,2
Parámetros de la roca				
Resistencia al corte	$\gamma_{\tau r}$	1,0	1,4- k_M	1,2
Coefficiente de rozamiento a lo largo de las discontinuidades	$\gamma_{\tan \phi_{dis}}$	1,0	1,4- k_M	1,2
Resistencia a la compresión simple no confinada	γ_{q_u}	1,0	1,4- k_M	1,2
Parámetros de la interfaz				
Coefficiente de rozamiento de la interfaz terreno/estructura ($\tan \delta$)	$\gamma_{\tan \delta}$	1,0	1,25- k_M	1,1

Tabla 4. Factores parciales para la verificación analítica de los estados límite según el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7

Factores parciales para la verificación analítica de los estados límite últimos						
Situaciones persistentes y transitorias						
Estructura		MFA [$\gamma_R=1$]		RFA [$\gamma_M=1$]		
[4] Laderas, desmontes y terraplenes		VC3+M2		[Sólo MFA]		
		(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
[5] Cimentaciones superficiales		VC1+M1	VC3+M2	VC1+M2	VC1	VC4
					$\gamma_{RN}=1,4$	$\gamma_{RN}=1,4$
					$\gamma_{RT}=1,1$	$\gamma_{RT}=1,1$
[6] Pilotes	Resistencia axial a compresión	Acciones/efectos		[Sólo RFA]	Pilote	
		Arrastre			Terreno	
		Desplazamiento completo			VC1	
		Desplazamiento parcial			$\gamma_{Edrag}=1,35$	
		Reemplazo			$\gamma_{fb}=1,2$	$\gamma_{fb}=1,2$
		Sin clasificar			$\gamma_{fs}=1,0$	$\gamma_{fs}=1,05$
	Resistencia axial a tracción	Acciones/efectos		[Sólo RFA]	$\gamma_{fb}=1,2$	$\gamma_{fb}=1,3$
		Desplazamiento completo			$\gamma_{fs}=1,0$	$\gamma_{fs}=1,05$
		Desplazamiento parcial			$\gamma_{fb}=1,2$	$\gamma_{fb}=1,4$
		Reemplazo			$\gamma_{fs}=1,0$	$\gamma_{fs}=1,15$
	Sin clasificar		$\gamma_{fb}=1,35$	$\gamma_{fb}=1,5$		
			$\gamma_{fs}=1,25$	$\gamma_{fs}=1,25$		
	Resistencia transversal		(a)	(b)	[Sólo MFA]	
			VC3+M1 [EFA]	VC3+M2		
	[7] Estructuras de contención		(a)	(b)	VC4 [EFA]	
		VC4+M1	VC3+M2	Pasivo $\gamma_{Re} \cdot \gamma_{fE} = 1,4 \cdot \gamma_E$		
[8] Anclajes [ULS]	Resistencia	[Sólo RFA]		Test 1	Test 3	
				$\gamma_{a,ULS}=1,1$	$\gamma_{a,ULS}=1,1$	
[9] Estructuras de suelo reforzado	Arrancamiento	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,po}=1,25$		
	Fallo por la interfaz	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,dS}=1,25$		
	Fallo por tracción del refuerzo	[Sólo RFA]		$\gamma = 1,1 / 1,25$ (según material)		
	Fallo en conexiones entre elementos	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,con}=1,25 / 1,35$ (según material)		
[10] Elementos de suelo reforzado	Fallo en conexión con el revestimiento	[Sólo RFA]		$\gamma_{R,con}=1,35$		
	Anclajes	[Sólo RFA]		Estructura EN 1993-1 Arrancamiento $\gamma_{R,po}=1,5$		
	Suelo claveteado	[Sólo RFA]		Estructura EN 1993-1 Arrancamiento $\gamma_{R,po}=1,5$		
[11] Mejoras del terreno	Mallas	[Sólo RFA]		Estructura EN 1993-1 Arrancamiento $\gamma_{R,po}=1,5$		
	Resistencia a compresión	(a)	(b)	Según corresponda		
		VC1+M1	VC3+M2			
	Inclusiones rígidas	VC4+M1	VC3+M3	VC1 γ_R [cla. 5 / 9] $\gamma_{R,sys}=1,4$		
	Resistencia transversal	VC4+M1 [EFA]	VC3+M2	[Sólo MFA]		

5. VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS NUMÉRICOS SEGÚN EL BORRADOR DE LA SEGUNDA GENERACIÓN DEL EUROCÓDIGO 7

5.1. Ideas generales

Los métodos numéricos se definen en el borrador del nuevo Eurocódigo 7 como “aquellos modelos de cálculo que emplean aproximaciones numéricas para obtener así las soluciones al problema analizado”.

La primera generación del Eurocódigo 7 permite el empleo de métodos numéricos para realizar los cálculos, si bien no establece reglas concretas sobre cómo se han de emplear. Son de aplicación los mismos enfoques de proyecto que en el método analítico, según establezca el Anejo Nacional correspondiente, si bien la aplicabilidad de uno u otro enfoque con los métodos numéricos es muy distinta y cuestionable.

En un cálculo empleando formulas analíticas, a partir de los datos conocidos (las acciones y los parámetros resistentes del modelo constitutivo empleado) se pueden obtener los efectos de estas acciones (por ejemplo, los empujes del terreno) incluso antes de proceder a realizar las comprobaciones requeridas. Por ello, para verificar la seguridad, es posible emplear estrategias que apliquen factores que aumenten o minoren, no sólo a las acciones o a las propiedades del terreno conocidas mediante un enfoque de tipo MFA, sino también a las resistencias resultantes mediante enfoques de tipo RFA.

Puede haber problemas en los que se conozca el modo de fallo, pero también casos más complejos sobre los que a priori no se pueda determinar. Con los cálculos analíticos esto no supone ninguna diferencia, puesto que en cualquier caso se ha de comprobar toda una serie de modos de fallo tipificados que, además, en los casos en los que se emplee el enfoque RFA a similitud con el cálculo clásico con

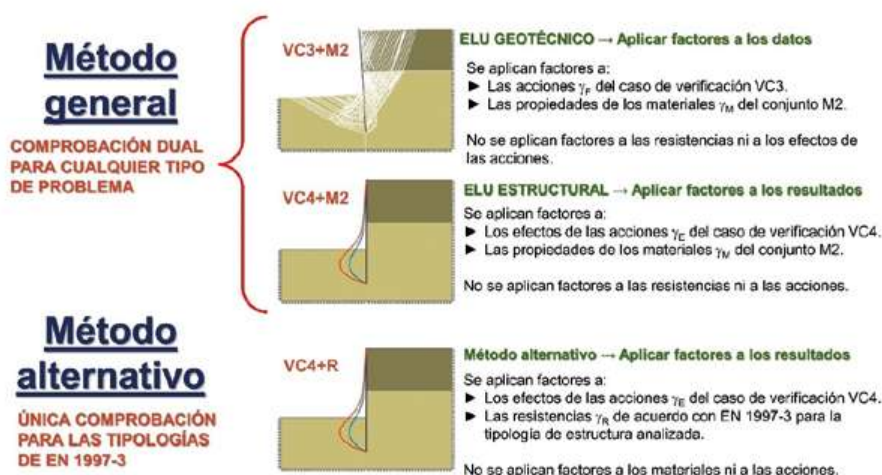


Figura 1. Verificación de ELU por métodos numéricos según el borrador del nuevo EC-7 (adaptado de Smith, 2022).

un coeficiente global, tendrán factores parciales distintos según el ELU analizado.

En general, en un cálculo numérico se introducen al programa de cálculo los datos conocidos (las acciones y las propiedades del terreno) y se obtiene automáticamente el resultado correspondiente al modo de fallo crítico. Se pueden aplicar factores a los valores introducidos (como en un enfoque de tipo MFA), mientras que los efectos de estas acciones son el resultado del cálculo. Es decir, en general, sólo será posible aplicar factores antes del cálculo o al final de este, pero no durante el cálculo. Es más, aunque se pudieran aplicar durante el cálculo, podría resultar que con esos factores sobre los efectos el sistema no estuviera en equilibrio, por lo que el cálculo no podría llevarse a cabo al ser el equilibrio una condición *sine qua non* de los métodos numéricos. Esto quiere decir que el enfoque de tipo RFA no es de aplicación directa a los cálculos numéricos, salvo en casos muy simples (por ejemplo, una zapata con una carga vertical centrada).

El borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7 distingue entre los enfoques que hay que adoptar en la verificación de los proyectos geotécnicos cuando se empleen métodos numéricos de los enfoques para la verificación por métodos analíticos o empíricos: con los métodos numéricos se adopta como procedimiento general el aplicar factores a los datos (tipo MFA) para la verificación de la seguridad geotécnica en todos los casos, junto con su comprobación complementaria (de tipo EFA), en la que se aplican factores a los efectos de las acciones, para la verificación de la seguridad estructural, mientras que, para los métodos analíticos, en función del tipo de estructura analizada, se prescriben enfoques MFA o RFA. No obstante, el nuevo Eurocódigo 7 también contempla un método alternativo al método general de cálculo numérico con un enfoque en el que se aplican factores a los efectos de las acciones y a las resistencias resultantes (tipo RFA). En la figura 1, adaptada de Smith (2022), se muestra el método general y el método alternativo.

La aplicación de los factores a los datos (según el enfoque MFA) posibilita el empleo de los métodos numéricos de forma directa, puesto que se actúa sobre los datos conocidos a priori y no los resultados que se obtienen en fases intermedias del cálculo. En la comprobación complementaria

(equivalente a un enfoque de tipo EFA) se actúa sobre los resultados que se obtienen al finalizar el cálculo (los efectos de las acciones, tales como, por ejemplo, los momentos flectores en una pantalla). En ninguno de los dos enfoques se actúa sobre el modelo de cálculo (puesto que no es posible actuar sobre resultados internos del cálculo, además de que con ello puede que se viole el equilibrio). El esquema de la figura 2, basado en Smith (2022), refleja el proceso de verificación general empleando métodos numéricos.



Figura 2. Proceso de verificación con métodos numéricos.

En el nuevo Eurocódigo 7 para los métodos numéricos, en lugar de emplear la denominación MFA, EFA o RFA, se ha optado por la más general de “input factoring” cuando se aplican factores a los datos y “output factoring” cuando se hace a los resultados del cálculo. El motivo de esta diferente denominación es evitar confusiones con los enfoques de tipo MFA y EFA indicados en EN 1997-3 puesto que además del enfoque dual general el nuevo Eurocódigo 7 también permite como alternativa calcular teniendo en cuenta los factores de las resistencias allí indicados (enfoque tipo RFA). En la tabla 5 se recoge la definición de las combinaciones para los cálculos numéricos según el método general y el alternativo.

El enfoque dual que establece el borrador del nuevo Eurocódigo 7 como procedimiento general para la verificación por métodos numéricos requiere realizar dos cálculos independientes para verificar tanto los ELU geotécnicos, en los que se aplican factores a las acciones y a los parámetros resistentes de los materiales en el modelo antes de realizar el cálculo (“input factoring”), como los ELU estructurales, en los que se aplican factores a los efectos resultantes de las acciones (“output factoring”). No obstante, en los casos en los que se tenga la certeza de que una de las dos verificaciones resulte menos limitante que otra se puede omitir su comprobación. También se contempla la posibilidad de que en el Anejo Nacional se especifiquen casos en los que

Tabla 5. Verificación de los estados límite últimos por métodos numéricos por los procedimientos “input factoring” y “output factoring”, de acuerdo con el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7

Verificación de los ELU por métodos numéricos				
PROCEDIMIENTO GENERAL [DUAL]	Aplicar factores a los datos (comprobación geotécnica)		Aplicar factores a los resultados (comprobación estructural)	
	Factores a las acciones	Factores a las propiedades de los materiales	Factores a los efectos de las acciones	Factores a las propiedades de los materiales
	γ_E (VC3) (EN-1990-1 Anexo A)	γ_M (M2) (Tabla 4.8 EC7-1) (o Anejo Nacional)	γ_E (VC4) EN-1990-1 (Anexo A)	γ_M (M1) (coeficientes unitarios) (Tabla 4.8 EC7-1) (o Anejo Nacional)
MÉTODO ALTERNATIVO	Aplicar factores a los resultados			
	Factores a los efectos de las acciones		Factores a las resistencias	
	γ_E (VC4) EN-1990-1 (Anexo A)		γ_R EN-1997-3	

únicamente sea necesaria una de las dos comprobaciones (“input factoring” o “output factoring”).

Con el procedimiento alternativo se realiza un único cálculo en el que únicamente se aplican factores a los resultados del cálculo (“output factoring”), tanto a los efectos de las acciones como a las resistencias resultantes. Los factores γ_R a emplear son los indicados en la tabla 4 para las situaciones persistentes y transitorias de los tipos de estructuras que se incluyen en la parte 3 del futuro Eurocódigo 7, a excepción de las laderas, desmontes y terraplenes que no se abordan con enfoques tipo RFA. Este método requiere particularizar para el tipo de problema analizado puesto que en el “output factoring” los factores parciales son específicos del mecanismo de fallo, mientras que el “input factoring” emplea factores parciales que no son específicos de un modo particular de fallo.

La verificación aplicando factores a los datos, con la que se satisfacen los ELU geotécnicos (el crítico que arroja el cálculo), se realiza o bien empleando el procedimiento de reducción de parámetros resistentes (enfoque recomendado), o bien un cálculo elastoplástico para ver si el sistema es estable (enfoque alternativo).

La verificación aplicando factores a los resultados requiere que se realice un cálculo elastoplástico, similar a una verificación de tipo ELS (la única diferencia en el cálculo es que las acciones variables desfavorables se incrementan por un factor parcial de valor habitual 1,5/1,35≈1,11), del que se obtienen unos esfuerzos similares a los de servicio (efectos de las acciones) a los que posteriormente se les aplican los correspondientes factores parciales, siendo estos esfuerzos ampliados el resultado de la verificación de tipo “output factoring”. Como resultado de la verificación por métodos numéricos se adoptan los esfuerzos más desfavorables de ambas verificaciones.

Mientras que para la verificación de los ELU de forma analítica no se requieren los parámetros de rigidez, sí que

son necesarios con los métodos numéricos para la verificación que aplica factores a los resultados, que se asemeja a una comprobación de tipo ELS, y también para la verificación alternativa de aplicar factores a los datos.

Sobre el motivo por el que es necesario realizar dos cálculos independientes, Lees (2017) indica que la comprobación de aplicar factores a los datos no es suficiente por sí sola para obtener los valores de proyecto de los esfuerzos estructurales porque en un suelo no plastificado aplicar un factor parcial a la resistencia del terreno podría no tener efecto en los resultados de los esfuerzos estructurales, mientras que una mayor plastificación puede tener efectos inconsistentes dado que, dependiendo del caso específico, se podrían obtener tanto esfuerzos estructurales máximos como mínimos. Sin embargo, hay casos en los que un terreno menos resistente de lo esperado puede tener efectos significativos en los esfuerzos estructurales y ello no vendría recogido en un cálculo en el que se aplican factores a los resultados. Lees (2017) pone como ejemplo el cálculo de un muro de contención en un talud estable que arrojaría valores de los esfuerzos estructurales bajos o nulos cuando los factores que se aplican a las resistencias del terreno son de valor uno, puesto que el talud es estable. Sin embargo, para asegurar que el muro tiene la resistencia adecuada para el caso en que la resistencia del terreno fuese menor y el muro tuviese que sostener efectivamente el talud, también se requiere obtener las fuerzas de proyecto empleando la combinación de aplicar factores a los datos.

Los valores de los factores a aplicar para la verificación de los estados límite últimos empleando métodos numéricos se resumen en la tabla 6.

El borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7 incluye la cláusula 8.2 sobre cómo se ha de proceder con un cálculo numérico, donde se abordan cuestiones como el requisito de verificar únicamente el modo de fallo crítico o cómo se podrían comprobar modos de fallo particulares.

Tabla 6. Factores parciales para la verificación por el procedimiento general de los estados límite últimos por métodos numéricos de acuerdo al borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7

Aplicar factores a los datos [VC3+M2]			
Acciones [VC3]	Permanentes	γ_G	1,0
	Variables desfavorables	γ_Q	1,30
Materiales [M2]	Resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_t)	γ_{tf}	1,25·K _M
	Coefficiente de rozamiento pico ($\tan \phi'_p$)	$\gamma_{\tan \phi_p}$	1,25·K _M
	Cohesión efectiva pico (c'_p)	$\gamma_{c,p}$	1,25·K _M
	Coefficiente de rozamiento en estado crítico ($\tan \phi'_{cs}$)	$\gamma_{\tan \phi_{cs}}$	1,1·K _M
	Coefficiente de rozamiento residual ($\tan \phi'_r$)	$\gamma_{\tan \phi_r}$	1,1·K _M
	Cohesión efectiva residual (c'_r)	$\gamma_{c,r}$	1,4·K _M
	Resistencia al corte en análisis en tensiones totales (c_u)	γ_{cu}	1,4·K _M
	Resistencia a la compresión simple no confinada (q_u)	γ_{qu}	1,25·K _M
	Coefficiente de rozamiento interfaz terreno/estructura	$\tan \delta$	1,25·K _M
	Factor de consecuencia [CC3/CC2/CC1]	K _M	1,1/1,0/0,9
Aplicar factores a los resultados [VC4+M1]			
Acciones [VC4]	Permanentes	γ_G	1,0
	Variables desfavorables	γ_Q	1,11 [$\gamma_{Q,1}/\gamma_{G,1}$]
Efectos de las acciones [VC4]	Desfavorables	γ_E	1,35·K _F
Factor de consecuencia [CC3/CC2/CC1]		K _F	1,1/1,0/0,9
Materiales [M1]	Resistencia al corte en análisis en tensiones efectivas (τ_t)	γ_{tf}	1,0
	Coefficiente de rozamiento pico ($\tan \phi'_p$)	$\gamma_{\tan \phi_p}$	1,0
	Cohesión efectiva pico (c'_p)	$\gamma_{c,p}$	1,0
	Coefficiente de rozamiento en estado crítico ($\tan \phi'_{cs}$)	$\gamma_{\tan \phi_{cs}}$	1,0
	Coefficiente de rozamiento residual ($\tan \phi'_r$)	$\gamma_{\tan \phi_r}$	1,0
	Cohesión efectiva residual (c'_r)	$\gamma_{c,r}$	1,0
	Resistencia al corte en análisis en tensiones totales (c_u)	γ_{cu}	1,0
	Resistencia a la compresión simple no confinada (q_u)	γ_{qu}	1,0
	Coefficiente de rozamiento interfaz terreno/estructura	$\tan \delta$	1,0

5.2. Procedimiento para el cálculo por métodos numéricos

En la tabla [8.1] del borrador prEN 1997-1:202x se esquematizan los procedimientos a seguir para efectuar la comprobación del estado límite último con un método

numérico, que requiere realizar una verificación en la que se afectan los datos junto con otra en la que se afectan los resultados. Esta tabla se presenta en la tabla 7, si bien el futuro Anejo Nacional podría adoptar otros valores al tratar-se de parámetros de definición nacional (NDP).

Tabla 7. Procedimientos para el cálculo por métodos numéricos (tabla [8.1] del borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7-1)

		Enfoque para la aplicación de factores			
		Afectar resultados VC4+M1	Afectar datos VC3+M2		
			Recomendado	Alternativo	
FASE DE CONSTRUCCIÓN 1 (CS1)	PASO 1		Paso 1 (representativo)	Paso 1 (representativo)	Paso 1 ---
	Datos	Nivel freático	Valores representativos		
		Propiedades del terreno	Valores representativos		
		Elementos estructurales	Valores representativos		
		Acciones externas	Valores representativos		
	Resultados	Desplazamientos	(válido para comprobaciones ELS)		
		Esfuerzos en estructuras	(válido para comprobaciones ELS)		
	PASO 2		Paso 2 (verificación ELU)	Paso 2 (verificación ELU)	Paso 2 (verificación ELU)
	Datos	Nivel freático	Nivel de diseño		
		Propiedades del terreno	Valores de proyecto Combinación M1	Factores M2 (normalmente para obtener valores de diseño por el método SRM)	Valores de proyecto Combinación M2
Elementos estructurales		Valores representativos			
Acciones externas		Valores de proyecto Combinación VC4	Valores de proyecto Combinación VC3		
Resultados	Verificación del fallo del terreno	8.2(9)* 8.2(10)*	Se verifica el ELU si se logra el equilibrio del terreno sin fallo estructural		
	Verificación del fallo estructural	Se aplica γ_E a los resultados del cálculo para obtener valores de proyecto [E _d]	Valores de proyecto [E _d] obtenidos directamente de los resultados del cálculo		
CS2	Continúese de la misma forma para las fases sucesivas (CS2, CS3...)				

En la comprobación existen distintos pasos en los que se han de emplear los valores representativos (valores adoptados sin aplicar factores) y otros en los que se emplean los valores de proyecto (valores resultantes de aplicar los factores). Estos dos tipos de valores se definen como:

- **Valores representativos:** valores nominales o característicos de las propiedades del terreno, obtenidos del informe de investigación geotécnica, que se emplean para las comprobaciones de los estados límite por el método de los factores parciales.
- **Valores de proyecto:** valores de las propiedades del terreno que se establecen a partir de los valores representativos y se emplean para la comprobación de los estados límite por el método de los factores parciales.

Para la verificación del enfoque de aplicar factores a los datos existen dos procedimientos distintos, el procedimiento recomendado y otro alternativo, mientras que para la verificación del enfoque de aplicar factores a los resultados existe un único procedimiento. Estos procedimientos se describen a continuación.

Procedimiento recomendado para la verificación aplicando factores a los datos

Para realizar la verificación “geotécnica” en la que se aplican factores a los datos se recomienda emplear el procedimiento de reducción de parámetros resistentes con los valores representativos, es decir, sólo se aplican los factores parciales a las acciones (con la combinación VC3), pero las propiedades del terreno permanecen con sus valores representativos. De este cálculo se obtiene un valor que representa el margen de seguridad con el que cuenta el sistema, con el que se obtienen valores reducidos que han de ser superiores a los valores de proyecto con la combinación M2 para que se verifique el ELU.

Los esfuerzos obtenidos como resultado del cálculo se emplean directamente para la verificación de las estructuras, cálculo que se complementa con los esfuerzos obtenidos del cálculo complementario aplicando factores a los resultados.

El párrafo 8.2(8) indica que este cálculo de reducción de la resistencia de los parámetros del terreno se puede combinar con un cálculo de reducción de la resistencia de las estructuras para identificar mecanismos de colapso críticos de fallos combinados de estructura y terreno.

Procedimiento alternativo para la verificación aplicando factores a los datos

Con este procedimiento alternativo, para realizar la verificación “geotécnica” el cálculo se acomete con los valores de proyecto, es decir, se aplican los factores M2 al inicio del cálculo. Para que se verifique el ELU el sistema ha de permanecer en equilibrio sin que se produzca el fallo de la estructura. El empleo de este procedimiento requiere que se considere el efecto de emplear valores de proyecto durante el cálculo al evaluar la exactitud de las simulaciones (cláusula 8.2[7]).

En cuanto al procedimiento concreto de cálculo, en principio sería posible emplear tanto el método de

reducción de parámetros resistentes, cuyo resultado tendría que ser igual o superior a uno para que el problema resultase estable, como un cálculo elastoplástico (enfoque directo).

Procedimiento para la verificación aplicando factores a los resultados

Al igual que con el procedimiento recomendado para la verificación aplicando factores a los datos, esta verificación se realiza con los valores representativos de las propiedades de los materiales y se aplican los factores parciales a las acciones, en este caso con la combinación VC4.

Pero, a diferencia con esa comprobación, esta verificación “estructural” es similar a la comprobación de un estado límite de servicio, proporcionando esfuerzos “realistas” a los que a posteriori se les aplican los factores parciales correspondientes a los efectos de las acciones (γ_e), obteniendo de esta forma los valores de proyecto para la comprobación de las estructuras.

Por ello, el procedimiento concreto de cálculo sería un cálculo elastoplástico como corresponde a un análisis de tipo ELS. Con otro tipo de análisis, como el de reducción de parámetros resistentes, no se obtendrían los esfuerzos realistas buscados.

Fases constructivas

En el contexto de un cálculo elastoplástico por fases, la tabla [8.1] del nuevo Eurocódigo 7 recoge que para cada fase de construcción se han de realizar las verificaciones descritas para los casos de aplicar factores a los datos o a los resultados.

5.3. Verificación del modo de fallo crítico

Una diferencia notable con respecto a los métodos analíticos o empíricos es que con el procedimiento general de cálculo con métodos numéricos del nuevo Eurocódigo 7 únicamente será necesario verificar el estado límite crítico que resulte del cálculo con el enfoque dual adoptado para los métodos numéricos, frente a la tradicional verificación de los diversos estados límite teóricos.

En este sentido, el párrafo 4 de la cláusula 8.2 del borrador de la futura segunda generación del Eurocódigo 7 establece que “cuando se emplee un modelo numérico que implícitamente determine el mecanismo de fallo crítico, se podrá omitir la verificación explícita de mecanismos de fallo específicos”.

5.4. Verificación de modos de fallo particulares

El borrador del Eurocódigo 7 indica que con el método de aplicar factores a los datos se verifica el estado límite último geotécnico, pero no se proporciona necesariamente el mismo grado de seguridad frente a la ocurrencia de mecanismos de fallo particulares. En los casos en los que se requiera verificar un modo de fallo particular, se pueden comparar los valores de proyecto de los resultados del cálculo con las resistencias geotécnicas. Para ello se propone que se obtengan las resistencias geotécnicas forzando a las estructuras geotécnicas a que fallen por el mecanismo

particular buscado, si bien esto sólo se puede realizar en algunos casos. En los casos en que sí sea posible, la diferencia entre el estado actual y el estado límite último se considera una medida del factor de seguridad.

Si bien el concepto es claro, la forma en que se ha de realizar no siempre resulta evidente o posible. Lees (2013) diferencia entre aquellas estructuras sobre las que se aplican cargas exteriores, como pueden ser las zapatas en las que se puede forzar el fallo de una forma relativamente directa, de aquellas estructuras sobre las que mayoritariamente actúan cargas geotécnicas (por ejemplo, sería el caso de los empujes de tierra en muros enterrados), en las que no queda claro dónde aplicar esa fuerza o desplazamiento virtual que ocasione el modo de fallo buscado.

6. ASPECTOS QUE HAY QUE DESTACAR EN LA VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS POR MÉTODOS NUMÉRICOS

Salgado (2020) analiza algunas de las decisiones tomadas en la fundación de la ingeniería geotécnica como disciplina, cuyas implicaciones resultan relevantes para la práctica geotécnica. Estas medidas son el uso de los criterios de rotura de Mohr-Coulomb y de Tresca para modelizar la resistencia a corte, el empleo de una ley de fluencia asociada en estos modelos y no considerar el fenómeno de localización de las deformaciones.

Estos aspectos tienen en común que son los que se consideran recurrentemente en los cálculos realizados por métodos clásicos, pese a que suponen fuertes restricciones que tienen una influencia directa en el resultado. Esto plantea la siguiente cuestión respecto a los cálculos numéricos: si los estados límite últimos, como situaciones ficticias que son, contemplan estos aspectos como incertidumbres recogidas en los factores parciales, entonces es válido realizar su verificación con esas simplificaciones o, por el contrario, si para la verificación de los estados límite últimos es preferible emplear modelos más avanzados sin esas limitaciones aunque, de resultas de mantener los mismos factores parciales, los diseños queden más del lado de la seguridad que lo exigido normativamente.

Bajo este epígrafe se analiza cómo estas y otras cuestiones influyen en la verificación de los estados límite últimos.

6.1. Modelo constitutivo

El empleo de métodos numéricos permite utilizar modelos constitutivos más avanzados, no obstante, en el borrador del futuro Eurocódigo 7-1 se indica que los modelos simples pueden proporcionar resultados más fiables que los modelos complejos (nota a la cláusula 7.1.4[2]), puesto que en ellos también influye la calidad de los valores representativos adoptados como parámetros de entrada.

En cualquier caso, no es posible modelizar el comportamiento real de un suelo empleando un modelo elástico lineal-plástico perfecto con criterio de rotura de tipo Mohr-Coulomb (o Tresca) con una ley de fluencia asociada. Sin embargo, en general, estas son las hipótesis que se contemplan en las formulaciones analíticas clásicas. Por otro lado, la consideración de una ley no asociada llevaría consigo una serie de escollos no menores, como son la no unicidad de la solución y la proclividad a la localización de las deformaciones.

6.2. Ley de fluencia no asociada

Algunos autores plantean que la ley de fluencia afecta principalmente a problemas con un alto “grado de confinamiento cinemático”, si bien no establecen cómo se ha de cuantificar este confinamiento. Así, Houlsby (1991) indica que, cuanto más cinemáticamente confinado esté el suelo, más importante será la dilatación. Y, de forma similar, Vermeer y Borst (1984) señalan que, en los problemas cinemáticamente confinados, un material más dilatante implica una mayor carga de hundimiento, puesto que si el material puede fluir libremente a una superficie adyacente se observará un comportamiento más rígido para el material más dilatante, pero virtualmente no afectará a la carga última.

En realidad, de acuerdo con Krabbenhøft *et al.* (2012), la ley de fluencia siempre tiene un efecto significativo en la carga última y la consideración de plasticidad asociada o no asociada afecta consecuentemente al resultado que se obtenga.

La reducción de la resistencia última que se produce al introducir la no asociatividad se puede asimilar a considerar un factor parcial adicional al requerido por la normativa. Puesto que la normativa formula, en general, las comprobaciones analíticas para la verificación de los estados límite últimos geotécnicos sobre la base de un criterio de rotura de Mohr-Coulomb (o Tresca), con plasticidad asociada, es razonable considerar que esta circunstancia esté recogida y los valores de los factores parciales ya lo contemplen, sin necesidad de aumentar su valor, pues de otro modo se obtendría una solución excesivamente conservadora con respecto al requisito normativo y, por tanto, daría lugar a diseños antieconómicos.

Así, mientras que para la verificación de los ELS se debe recurrir a un modelo constitutivo que produzca resultados realistas, para la verificación de los ELU geotécnicos empleando los factores parciales indicados por la normativa es razonable emplear un modelo más sencillo coherente con los métodos analíticos o semiempíricos de resolución que proponen las normas geotécnicas, pues es basándose en los principios con los que se definen estos métodos que se establecen los factores parciales. En concreto, la consideración de plasticidad asociada en todos esos métodos refuerza la idea, por coherencia con los valores de los factores parciales, de que también se realice la verificación de los ELU con esta consideración.

Sin embargo, la combinación complementaria en la verificación de los estados límite últimos, en la que se aplican factores a los resultados, es equivalente a un análisis de tipo ELS, siendo entonces posible adoptar dos modelos distintos para la verificación de los estados límite últimos por métodos numéricos, uno con plasticidad asociada para la verificación en la que se afectan los datos y otro con plasticidad no asociada para la verificación en la que se afectan los resultados, a similitud con el cálculo en servicio. El mismo modelo constitutivo que se emplee para la verificación del estado límite de servicio para obtener resultados realistas se emplearía para la verificación del enfoque de afectar los resultados, mientras que para la verificación del enfoque en el que se afectan los datos se puede emplear un modelo en rotura más sencillo, como podría ser el de Mohr-Coulomb.

Por tanto, y a diferencia con la verificación de los estados límite últimos empleando métodos analíticos, para

realizar esta verificación con métodos numéricos es necesario conocer también los parámetros de rigidez, puesto que así lo requiere el enfoque de afectar los resultados.

6.3. Localización y no unicidad de la solución

La localización es el fenómeno por el cual, al someter a una muestra a un estado tensional creciente, se produce una concentración de deformaciones en unas bandas (similares a superficies de deslizamiento), denominadas bandas de corte o de deformación tangencial, en lugar de obtenerse un campo homogéneo de tensiones. Se trata de un fenómeno conocido que se empezó a estudiar a mediados de los años setenta del pasado siglo en artículos como los de Rice (1976) o Vardoulakis *et al.* (1978).

Desde el punto de vista matemático, considerar una ley de fluencia no asociada provoca que, en un estado tensional característico, las ecuaciones de gobierno viren de un problema elíptico a uno hiperbólico. De acuerdo con Vardoulakis (2006), antes de que se produzca la localización, las ecuaciones son elípticas y excluyen las soluciones discontinuas, mientras que al comienzo de la localización las ecuaciones cambian a ser de tipo hiperbólico. Desde el punto de vista físico, esta pérdida de elipticidad refleja una inestabilidad por la evolución de un modo de deformación homogéneo a uno localizado definido por una o más bandas de corte (Krabbenhøft *et al.*, 2012).

Estas bandas de deformación intensa no son planos, puesto que tienen un espesor finito, es decir, contienen un cierto número de partículas de suelo (macroescala) que interaccionan entre sí de acuerdo al comportamiento constitutivo del suelo. Aunque es un tema ampliamente investigado a partir de los años 70, como orden de magnitud, se puede indicar de acuerdo con Salgado (2020) que este espesor, para el caso de arenas, es del orden de 5 veces el tamaño medio de las partículas en el caso de estructuras con interfaces rugosas y del orden de 10 veces en el caso de bandas de corte contenidas íntegramente en el terreno.

La localización es un fenómeno que se observa en la naturaleza y se ha reproducido en laboratorio en ensayos

biaxiales. Por ejemplo, Alshibli y Sture (2000) analizan en distintas muestras de arena cómo el comportamiento tenso-deformacional depende fuertemente de la densidad, la presión de confinamiento, la textura del grano y también del modo último de fallo resultante, y se manifiesta en los diferentes grados de reblandecimiento que se obtienen como respuesta en varios niveles de deformación axial. En la figura 3 se muestran algunos resultados de estos ensayos con diferentes niveles de deformación.

Cuando se emplea una ley de fluencia no asociada no se puede garantizar la unicidad de la solución (Pietruszczak, 2010), por lo que existirán múltiples soluciones, y si bien todas ellas satisfacen las ecuaciones de gobierno, cada una implica una carga límite diferente asociada a una banda de corte (Krabbenhøft, 2019). En consecuencia, en las curvas tensión-deformación obtenidas por métodos numéricos basados en mecánica del continuo clásica considerando una ley de fluencia no asociada se observa en un cierto momento un reblandecimiento aparente que es consecuencia directa de emplear una ley no asociada y no un reblandecimiento del material ni un problema numérico.

Para que un modelo numérico diera lugar a anchos de banda de cortante y curvas tensión-deformación (o fuerza-desplazamiento) físicamente realistas sería necesario introducir en dichos modelos los conceptos asociados a la llamada mecánica del continuo de alto orden. La mecánica del continuo de alto orden incluye una escala de longitud del material relacionada con la estructura granular del material. Ejemplos de este tipo de mecánica del continuo son los modelos de Cosserat y de gradiente o los modelos no locales. En Vardoulakis (2006) aparecen múltiples referencias a trabajos que han utilizado mecánica del continuo de alto orden.

En la figura 4 se esquematiza la curva tensión-deformación correspondiente a la modelización de un ensayo biaxial con un modelo constitutivo que emplea una ley de fluencia no asociada, donde se han representado diferentes posibilidades de localización de deformaciones en bandas. El fenómeno de la localización se manifiesta conforme progresan las tensiones de corte con una bifurcación

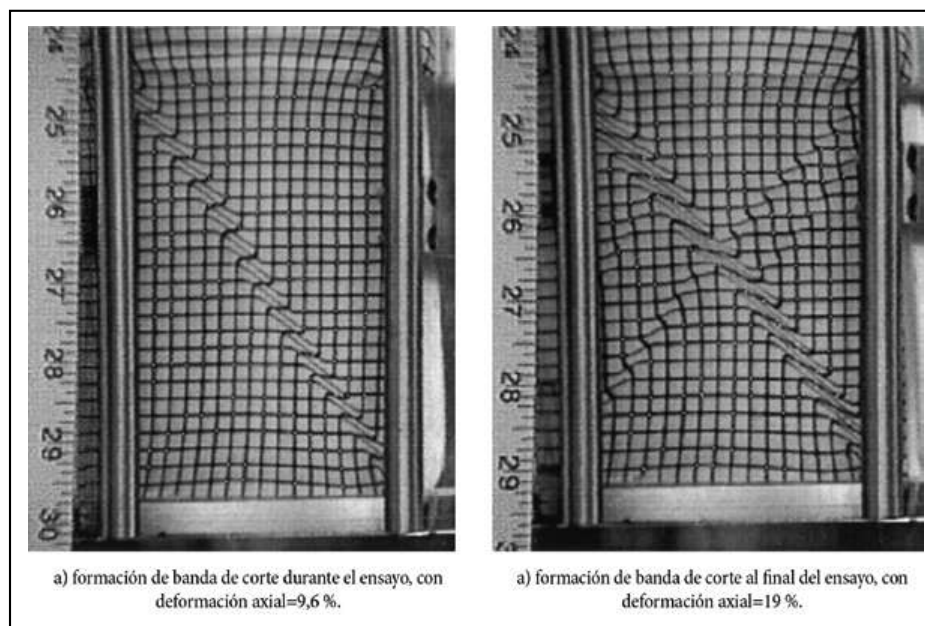


Figura 3. Formación de bandas de corte en ensayos biaxiales (Alshibli y Sture, 2000).

en la rama plástica que provoca una caída súbita de la resistencia, a modo de un reblandecimiento aparente, asociada con un modo de deformación que es no-homogéneo en una macroescala por el que se originan las mencionadas bandas de corte (Pietruszczak, 2010). Conforme siguen evolucionando las tensiones de corte, el suelo tenderá a debilitarse en la localización donde se ha iniciado el proceso (Salgado, 2020).

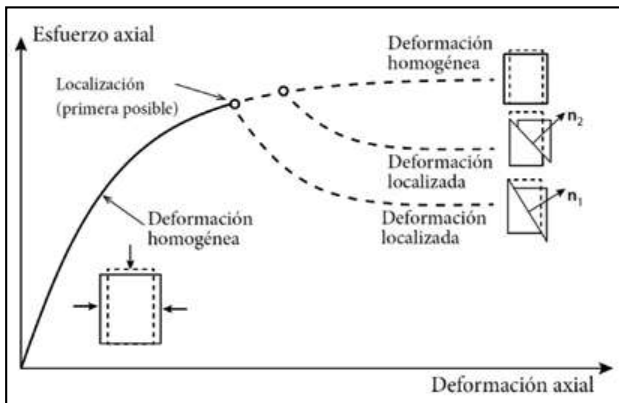


Figura 4. Formación de bandas de corte (adaptado de Krabbenhøft, 2019).

Por ejemplo, Nordal (2008) analiza el caso del empuje de tierras con un modelo Mohr-Coulomb con plasticidad asociada y no asociada y encuentra que en este último caso el mecanismo de fallo no es único, sino que va variando

conforme se avanza en el proceso de carga, como se muestra en la figura 5.

Lamentablemente, no existe una relación entre el fenómeno natural de localización y el numérico en medios continuos, pues su generación responde a distintos motivos, como pueden ser las imperfecciones a macroescala en el caso de una muestra real o la estructuración o alineación de la malla en el caso numérico. Por tanto, aunque matemáticamente se produzca localización, cuantitativamente no es comparable con lo observado en los experimentos, por lo que se puede decir que esta localización “numérica” obtenida por métodos numéricos no simula la localización que se produce en la naturaleza.

Existen otros métodos numéricos, como los modelos con partículas, que, a diferencia de las formulaciones clásicas del método de los elementos finitos basadas en la hipótesis de continuidad del medio, permiten modelar de forma realista los medios discretos como son los materiales granulares. El objetivo de estos métodos es disminuir el grado de abstracción que suponen los medios continuos, pasando de la macroescala (continuo) a la mesoescala o incluso a la microescala (grano). Esto se consigue recurriendo a la representación matemática de la superficie de partículas de contorno arbitrario, como es el caso de los granos de arena. Con el empleo del método DEM (*Discrete Element Method*) es posible simular las bandas de corte, véase por ejemplo en Chen *et al.* (2011) la comparación entre los resultados experimentales y numéricos, como se muestra en la figura 6.

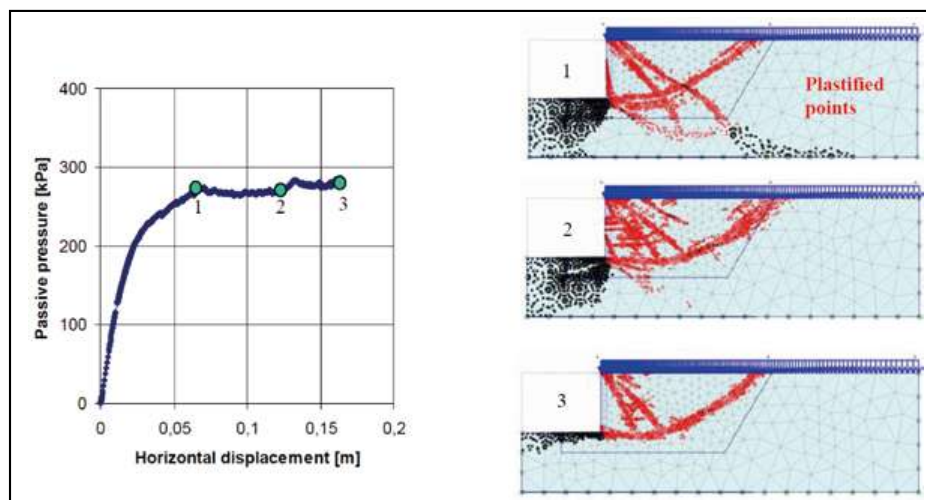


Figura 5. Variación del mecanismo de fallo en un modelo con plasticidad no asociada (Nordal, 2008).

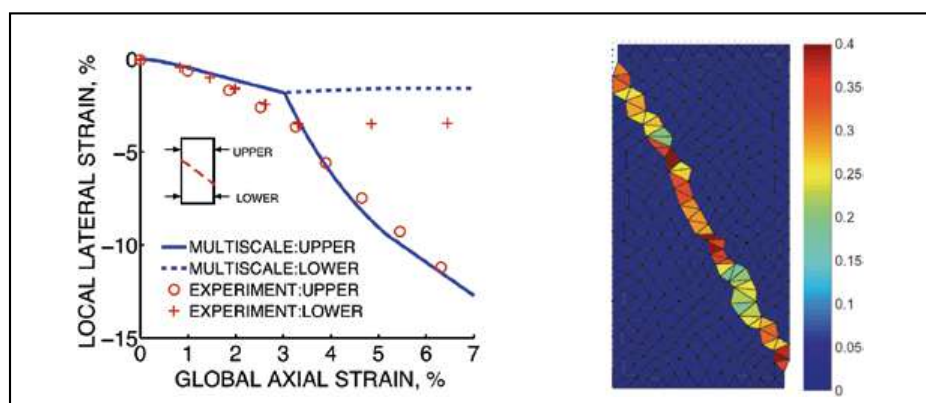


Figura 6. Simulación de un ensayo con el método de elementos discretos (Chen *et al.*, 2011).

6.4. Reducción en la carga de hundimiento al considerar plasticidad no asociada

La ley de fluencia tiene una influencia muy relevante en la determinación de la carga última, cuya reducción es debida, según Krabbenhøft (2019), a dos motivos, como son:

- La tendencia de las leyes de fluencia no asociadas a inducir localización, que implica, en general, que los estados límite últimos vendrán gobernados por estados de tensión y deformación altamente localizados.
- La ley de fluencia impone ciertas restricciones en la cinemática de las bandas de corte que en los casos no asociados da lugar a una reducción en la capacidad de soporte.

En el caso del criterio de rotura de Mohr-Coulomb, la reducción en la carga última depende de la diferencia entre el ángulo de rozamiento y el ángulo de dilatancia (denominada grado de no-asociatividad, $\Lambda = \phi' - \psi$), al igual que de la magnitud de ambos ángulos. De esta forma, la reducción se hace mayor conforme el grado de no asociatividad aumenta y, para una diferencia dada, la reducción normalmente aumenta con valores mayores de estos ángulos. Por ejemplo, el par de valores $\{\phi', \psi\} = \{40^\circ, 10^\circ\}$ da lugar a una mayor reducción en la capacidad de soporte que el conjunto $\{\phi', \psi\} = \{30^\circ, 0^\circ\}$ (Krabbenhøft, 2019).

Para ver cómo el efecto de la no asociatividad induce que la localización de las bandas de corte se desplace durante el proceso de carga, lo que tiene su reflejo en una cuña de rotura oscilante en el cálculo de la capacidad

de soporte, se muestra en la figura 7 el problema de una cimentación corrida en la configuración denominada “problema N_c ” (terreno sin peso específico y sin sobrecarga lateral), donde se observa (Krabbenhøft *et al.*, 2012):

- Que la solución asociada es más rígida, exceptuando el primer tramo inicial donde la respuesta es puramente elástica.
- Que la no asociatividad conduce a una disminución significativa en la carga última.
- Que la respuesta carga-desplazamiento en el caso no asociado presenta un comportamiento oscilatorio más allá de un cierto valor del desplazamiento. Estas oscilaciones son una consecuencia de la no-unicidad de la solución del problema y se manifiestan como variaciones en el modo de fallo a partir del momento en que se agota por primera vez la capacidad de carga de la estructura (en la figura se corresponde aproximadamente con $u=0,05$).

Loukidis y Salgado (2009) analizan el “problema N_γ ” (material con peso específico, sin cohesión y sin sobrecarga lateral) y el “problema N_q ” (material sin peso específico, sin cohesión y con sobrecarga lateral) para establecer los efectos que en la carga de hundimiento supone la no asociatividad y concluyen que las soluciones tradicionales de la carga de hundimiento para arenas sin cohesión que consideran $\psi = \phi'$ producen resultados inseguros (figuras 8 y 9), con diferencias que alcanzan incluso el 45 % con ángulos de rozamiento elevados.

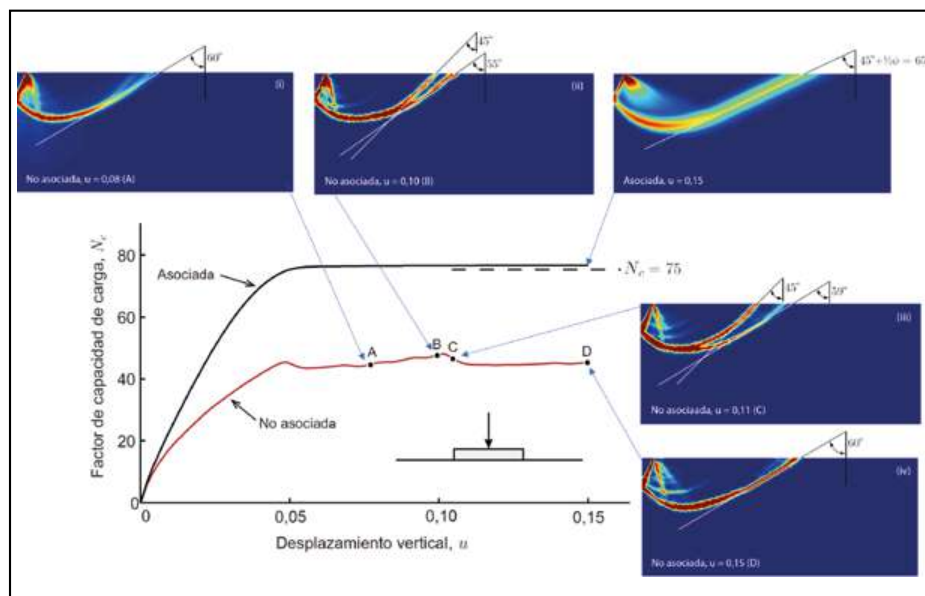


Figura 7. Formación de bandas de corte en el proceso de obtención de la carga última de un problema tipo N_c ($\gamma=0$; $\phi'=40^\circ$; $\psi=10^\circ$) (adaptado de Krabbenhøft *et al.*, 2012).

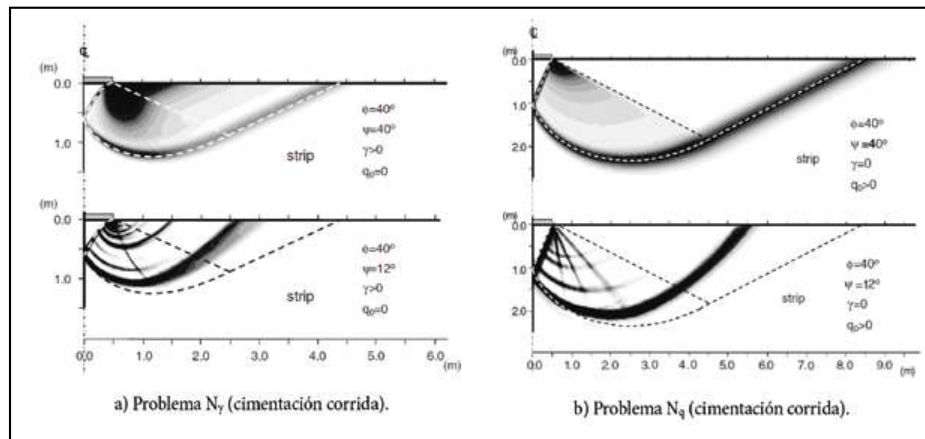


Figura 8. Efecto de la no asociatividad en la obtención de la carga última en problemas tipo N_γ y N_q . La línea de puntos discontinuos muestra la solución con plasticidad no asociada obtenida por el método de las características (Loukidis y Salgado, 2009).

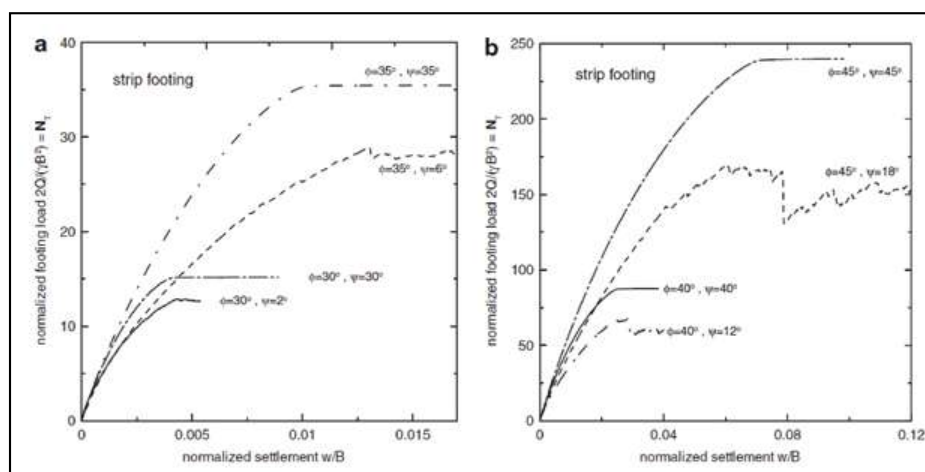


Figura 9. Efecto de la no asociatividad en la obtención de la carga última de un problema tipo N_u para diferentes valores de ϕ' y ψ , cimentación corrida (Loukidis y Salgado, 2009).

Parámetros reducidos: corrección de Davis

Una forma de evitar la localización y la consecuente falta de unicidad en la solución consiste en emplear unos parámetros resistentes reducidos tales que al introducirlos en un cálculo considerando una ley de fluencia asociada el resultado que se obtenga sea teóricamente comparable al de un cálculo con los parámetros originales y plasticidad no asociada.

La expresión que obtiene Davis (1968) del factor de corrección β con el que hay reducir el ángulo de rozamiento interno y la cohesión en el caso de un modelo de rotura Mohr-Coulomb es función del ángulo de dilatación ψ y del ángulo de rozamiento interno ϕ' y se expresa como:

$$\beta = \frac{\cos \psi \cdot \cos \phi'}{1 - \sin \psi \cdot \sin \phi'} \quad [1]$$

A partir de esta expresión, los valores corregidos c^* y ϕ^* de los parámetros resistentes efectivos c' y ϕ' se obtienen como:

$$c^* = \beta \cdot c' \quad [2]$$

$$\tan \phi^* = \beta \cdot \tan \phi'$$

El valor de β se reduce conforme disminuye el valor de ψ , tiene un valor uno en el caso de plasticidad asociada ($\psi = \phi'$) y menor de uno en el resto de casos. De este modo, la corrección de Davis, que aplica por igual a ϕ' y a c' , se podría asimilar a introducir en el cálculo un factor parcial de seguridad adicional al del material indicado por la normativa.

La variación del valor del factor de corrección β en función del ángulo de rozamiento interno y del grado de no-asociatividad se muestra en la figura 10.

Si se considera un material granular y se adopta el criterio habitual en el cálculo numérico para definir el ángulo de dilatación cuando no se tienen datos, esto es, considerándolo treinta grados menor que el ángulo de rozamiento interno, con un valor mínimo de cero:

$$\psi = \max\{(\phi' - 30); 0\} \quad [3]$$

se observa que la relación entre el ángulo de rozamiento interno y el ángulo de rozamiento con la corrección de Davis es aproximadamente constante con un valor 1,128 para valores iguales o superiores a 30° , como se muestra en la tabla 8.

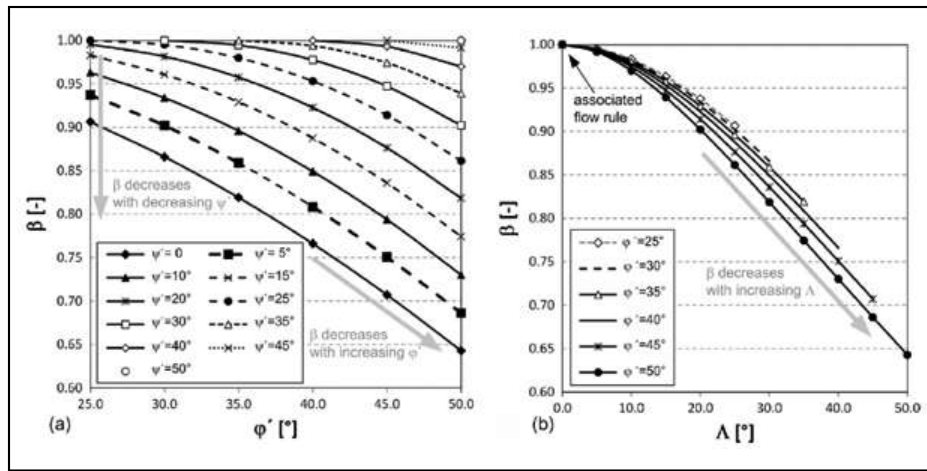


Figura 10. Variación del factor de corrección de Davis (Tschuchnigg *et al.*, 2015b).

Tabla 8. Relación entre el ángulo de rozamiento interno y el corregido de acuerdo con Davis

SIN CORRECCIÓN DAVIS			CON CORRECCIÓN DAVIS				ϕ'/ϕ^* [-]
ϕ' [°]	$\tan \phi'$ [-]	$\psi = \phi' - 30$ [-]	β [-]	$\tan \phi^*$ [-]	ϕ^* [°]	ψ^* [°]	
45	1,0000	15	0,8360	0,8360	39,90	39,90	1,128
40	0,8391	10	0,8492	0,7126	35,47	35,47	1,128
35	0,7002	5	0,8590	0,6015	31,03	31,03	1,128
30	0,5774	0	0,8660	0,5000	26,57	26,57	1,129
25	0,4663	0	0,9063	0,4226	22,91	22,91	1,091
20	0,3640	0	0,9397	0,3420	18,88	18,88	1,059
15	0,2679	0	0,9659	0,2588	14,51	14,51	1,034

6.5. Empleo de plasticidad no asociada en el método de reducción de parámetros resistentes

Sobre el problema de la estabilidad de taludes empleando el método de reducción de parámetros resistentes, Tschuchnigg *et al.* (2015a, b y c) realizan una serie de artículos relacionados con su cálculo considerando plasticidad asociada o no, y el empleo de la corrección de Davis como una forma de tener en cuenta la no asociatividad en cálculos con plasticidad asociada. De los resultados que obtienen concluyen que, cuando se emplea una ley de fluencia no asociada, la superficie de rotura tiende a propagarse a lo largo de los límites de los elementos y se producen fuertes oscilaciones del factor de seguridad durante el proceso de reducción de parámetros, lo que es consecuencia de la no unicidad del mecanismo de fallo, haciendo difícil o sencillamente imposible definir un factor de seguridad único. En la figura 11 se muestra la variación que obtienen del

factor de seguridad conforme aumenta el grado de no-asociatividad, $\Lambda = \phi' - \psi$.

Parámetros reducidos: corrección de Davis

Al igual que se analizó para el caso de la carga de hundimiento, la consideración de una ley de fluencia no asociada se puede simular en un cálculo con plasticidad asociada empleando los parámetros reducidos derivados de la corrección de Davis (1968).

Si se considera por simplicidad la expresión de Fellenius original, según la cual el factor de seguridad de la estabilidad de un talud se define como:

$$FS_k = \frac{\sum_i [c'_{k,i} \cdot l_i + W_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \tan \phi'_{k,i}]}{\sum_i W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad [4]$$

Al introducir la corrección de Davis la expresión quedaría:

$$FS^* = \frac{\sum_i [c_i^* \cdot l_i + W_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \tan \phi_i^*]}{\sum_i W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad [5]$$

siendo c^* y ϕ^* los valores corregidos de los parámetros resistentes originales c' y ϕ' .

Suponiendo la simplificación habitual que en cada paso del cálculo ϕ' , c' y ψ son constantes en todo el dominio, resulta:

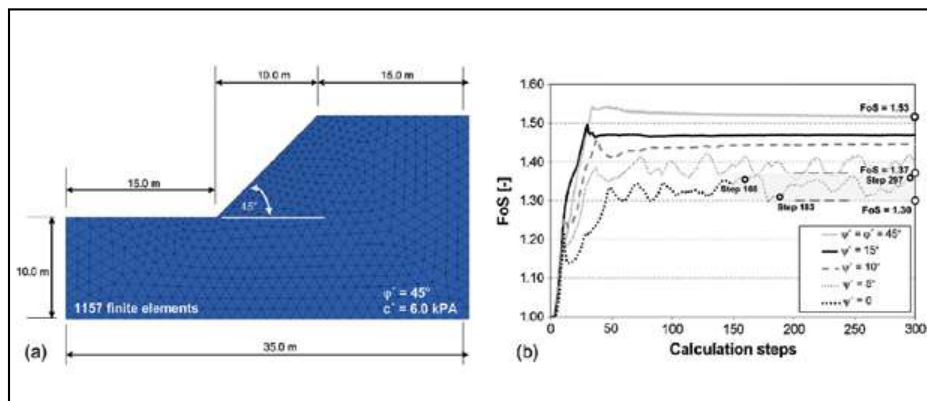


Figura 11. Factor de seguridad obtenido variando el grado de no-asociatividad (Tschuchnigg *et al.*, 2015b).

$$FS_k = \frac{FS^*}{\beta} = \frac{\sum_i [c'_{k,i} \cdot l_i + W_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \tan \phi'_{k,i}]}{\sum_i W_i \cdot \sin \alpha_i} \quad [6]$$

De esta expresión se desprende que al introducir la no asociatividad el factor de seguridad siempre se reduce, salvo en el caso $\beta=1$, es decir, cuando $\phi'=\psi$, de acuerdo con los valores de β obtenidos en la figura 10.

Por tanto, aunque algunos autores indican que el cálculo de la estabilidad de taludes se corresponde con un problema con un bajo “grado de confinamiento cinemático”, en el que supuestamente la no asociatividad tendría una influencia menor, o lo asocian con una pendiente más o menos pronunciada, en realidad, el introducir una ley de flujo no asociada reduce siempre el factor de seguridad. Además, una ley tal previene la unicidad de la solución por la localización de la deformación, por lo que resulta difícil establecer con certeza el factor de seguridad del problema.

6.6. Elección del ángulo de rozamiento interno

Las características resistentes y de rigidez de los materiales granulares cargados en deformación plana pueden ser considerablemente diferentes de los que se observan en ensayos triaxiales convencionales (axisimétricos), siendo estos ensayos una simplificación del estado *in situ* del terreno (Alshibli y Sture, 2000).

En general, si se emplean parámetros resistentes obtenidos de ensayos triaxiales axisimétricos en cálculos en deformación plana, se tendrán resultados del lado de la seguridad. Existen diferentes propuestas para corregir el ángulo de rozamiento triaxial cuando se emplea en cálculos de tensión plana, como la de Kulhaw y Mayne (1990) que consideran que en los materiales granulares el ángulo de rozamiento en deformación plana es un 12 % mayor que un triaxial en compresión.

Cuando se analizó la corrección de Davis para tener en cuenta la no-asociatividad en cálculos con plasticidad asociada, se vio que para valores del ángulo de rozamiento interno iguales o superiores a 30° manteniendo el ángulo de dilatación 30° menor era equivalente a reducir el ángulo de rozamiento por un valor de 1,128. Este valor es similar al que supone, según Kulhaw y Mayne (1990), la corrección del ángulo de rozamiento para los cálculos en deformación plana cuando se emplea el valor obtenido en un ensayo triaxial en compresión, que cuantifican en un 12 % superior, por lo que si se introducen ambos efectos en un cálculo se anularían entre sí. En cualquier caso, es una indicación de que el orden de magnitud que supone no considerar una ley de fluencia no asociada puede ser equivalente al que resulta de emplear un ángulo procedente de un ensayo triaxial en un cálculo de deformación plana.

Por tanto, es importante que en los cálculos (numéricos y analíticos) se adopte el valor del ángulo de rozamiento interno correcto, en función del tipo de ensayo que se emplee para su estimación, ya que no hacerlo puede suponer una diferencia similar a la de adoptar una ley de fluencia asociada.

7. CONCLUSIONES

El procedimiento general que recoge el borrador de la segunda generación del Eurocódigo 7 para verificar los

estados límite últimos por métodos numéricos contempla que únicamente sea necesario comprobar el modo de fallo crítico que se obtiene automáticamente del cálculo. Se requiere realizar dos verificaciones independientes, una que, en general, gobernará el diseño geotécnico, en la que introducen factores a las acciones y a los parámetros resistentes de los materiales presentes en el modelo previamente a realizar el cálculo mediante el procedimiento recomendado de reducción de parámetros resistentes o el alternativo en el que el sistema tiene que seguir estando en equilibrio cuando se realice el cálculo de tipo elastoplástico con los factores aplicados *a priori*, y otra complementaria, que en general gobernará el diseño estructural, en la que se introducen *a posteriori* factores a los efectos de las acciones resultantes del cálculo realizado como si se tratase de un estado límite de servicio.

Si bien el procedimiento general que hay que seguir queda perfectamente definido, no obstante, existe una serie de circunstancias derivadas de tener que llevar al sistema a un estado de colapso plástico inminente que han de tenerse en cuenta. Una de ellas es la elección del modelo constitutivo y su ley de fluencia, puesto que adoptar una ley no asociada lleva aparejada la no unicidad de la solución por la localización de la deformación en distintas bandas de corte variando el modo de fallo conforme el proceso evoluciona de uno elíptico a otro hiperbólico con bifurcaciones en la rama plástica. Por otro lado, el adoptar una ley de fluencia asociada no responde al comportamiento real de los suelos y se obtienen valores del lado de la inseguridad respecto a los equivalentes resultantes de un cálculo considerando una ley de fluencia no asociada, si bien es la hipótesis que subyace en las verificaciones analíticas de los estados límite últimos, en las que se adoptan otra serie de simplificaciones que condicionan el resultado, como son el adoptar un criterio de rotura tipo Mohr-Coulomb o ignorar la localización por formación de bandas de corte.

Los coeficientes de seguridad son un reflejo de nuestras incertidumbres. Sus valores normativos se han establecido teniendo en mente la aplicación de soluciones analíticas (o semianalíticas) clásicas (es el caso de las cimentaciones o las estructuras de contención), o métodos simples de equilibrio límite (en el caso de taludes), puesto que son los métodos tradicionalmente empleados y que consideran como criterio de rotura el de Mohr-Coulomb (o Tresca) con plasticidad asociada. Puesto que los diseños han de satisfacer lo estipulado en las normas, en la comprobación de los estados límites últimos geotécnicos empleando métodos numéricos parece lícito considerar una ley de fluencia asociada, pues de otro modo, en general, se obtendría una solución que quedaría muy del lado de la seguridad con respecto al requisito normativo, lo que daría lugar a un diseño excesivamente conservador y antieconómico.

Consecuentemente, con el procedimiento general propuesto en el borrador del Eurocódigo 7 para la comprobación de los estados límite últimos por métodos numéricos, para la verificación geotécnica en la que se afectan los datos resulta razonable realizar el cálculo adoptando un modelo constitutivo con un criterio de rotura de Mohr-Coulomb y una ley de fluencia asociada, con la que se obtendrán resultados comparables a los analíticos (para el mismo caso de verificación), mientras que para la verificación estructural complementaria en la que se afectan los resultados se

ha de emplear un modelo constitutivo que prediga desplazamientos más realistas, con una ley de fluencia no asociada, puesto que se busca aumentar los esfuerzos obtenidos en un cálculo similar a una verificación de un estado límite de servicio.

8. AGRADECIMIENTOS

El autor quiere agradecer a Kristian Krabbenhøft sus comentarios sobre algunos aspectos clave de este trabajo, a José Estaire sus sugerencias referentes al Eurocódigo 7 y a Diego Manzanal y a José Manuel Gesto su implicación en la elaboración del artículo.

9. REFERENCIAS

Alshibli, K.A., y Sture, S. (2000). Shear Band Formation in Plane Strain Experiments of Sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126(6): pp. 495-503. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2000\)126:6\(495\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:6(495))

Chen, Q., Andrade, J.E., y Samaniego, E. (2011). AES for multiscale localization modeling in granular media. *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(33-36): pp. 2473-2482. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2011.04.022>

Davis, E.H. (1968). Theories of plasticity and the failure of soil masses. En: I.K. Lee (Ed.) *Soil Mechanics: Selected Topics* (pp. 341-380). Oxford: Butterworths.

Houlsby, G.T. (1991). *How the dilatancy of soils affects their behaviour*. Report Number OUEL 1888/91, Soil Mechanics Report Number 121/91. Oxford: University of Oxford, Department of Engineering Science.

Krabbenhøft, K. (ed.) (2019). OptumG2: Theory, Optum Computational Engineering. *Optum Computational Engineering*, Copenhagen.

Krabbenhøft, K., Karim, M.R., Lyamin, A.V., y Sloan, S.W. (2012). Associated computational plasticity schemes for non-associated frictional materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 90(9): pp. 1089-1117.

Kulhawy, F.H., y Mayne, P.W. (1990). *Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design*. Report EPRI EL-6800s (p. 308). Electric Power Research Institute. Ithaca: Cornell University.

Lees, A.S. (2013). Using numerical analysis with geotechnical design codes. En P. Arnold, G.A. Fenton, M.A. Hicks, T. Schweczekendiek y B. Simpson (eds.), *Modern Geotechnical Design Codes of Practice. Implementation, Application and Development* (pp. 157-170). Amsterdam: IOS Press.

Lees, A.S. (2017). Use of geotechnical numerical methods with Eurocode 7. *Engineering and Computational Mechanics*, 170(4): pp. 146-153. <https://doi.org/10.1680/jenm.17.00004>

Lees, A.S. (2019, September 1-6). Tomorrow's geotechnical toolbox: EN 1997-1:202x Numerical methods. *Proceedings of the XVII European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Geotechnical Engineering, foundation of the future, Reykjavík, Iceland*.

Loukidis, D., y Salgado, R. (2009). Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Computers and Geotechnics*, 36(5): pp. 871-879. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2009.01.012>

Nordal, S. (2008, October 1-6). Can we trust numerical collapse load simulations using non-associated flow rules? *The 12th International Conference of International Association for Compu-*

ter Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG), Goa, India, pp. 755-762.

Pietruszczak, S. (2010). *Fundamentals of Plasticity in Geomechanics*, Vol. 1. Boca Raton: CRC Press.

Rice, J.R. (1976). The Localization of plastic deformation. *Proceedings of the 14th International Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Delft, 1976*, W.T. Koiter (ed.), Vol. 1, pp. 207-220.

Salgado, R. (2020). Forks in the Road: Rethinking Modeling Decisions that Defined the Teaching and Practice of Geotechnical Engineering. *International Conference on Geotechnical Engineering Education 2020 (ISSMGE 2020), Athens, Greece, 23-25 June 2020*.

Simpson, B., y Junaideen, S.M. (2013, May 29-31). Use of Numerical Analysis with Eurocode 7. *Proceedings of the 18th Southeast Asian Geotechnical Conference (18SEAGC) & Inaugural AGSSEA Conference (1AGSSEA), Singapore*.

Smith, C. (2022, July 7). Guidance on use of numerical methods in next generation of Eurocode 7. *The 2nd ISSMGE ERCTC10 Webinar on Numerical Methods in the next generation of Eurocode 7*.

Tschuchnigg, F., Schweiger, H.F., y Sloan, S.W. (2015b). Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques. Part I: Numerical studies considering non-associated plasticity. *Computers and Geotechnics*, Vol. 70, pp. 169-177. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.06.018>

Tschuchnigg, F., Schweiger, H.F., y Sloan, S.W. (2015c). Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques. Part II: Back analyses of a case history. *Computers and Geotechnics*, Vol. 70, pp. 178-189.

Tschuchnigg, F., Schweiger, H.F., Sloan, S.W., Lyamin, A.V., y Raissakis, I. (2015a). Comparison of finite-element limit analysis and strength reduction techniques. *Géotechnique*, 65(4): pp. 249-257. <https://doi.org/10.1680/geot.14.P022>

Vardoulakis, I. (2006). Localization in geomechanics. *Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering* (pp. 3663-3668). Rotterdam: IOS Press.

Vardoulakis, I., Goldscheider, M., y Gudehus, G. (1978). Formation of shear bands in sand bodies as a bifurcation problem. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2(2): pp. 99-128. <https://doi.org/10.1002/nag.1610020203>

Vermeer, P.A., y de Borst, R. (1984). Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. *Heron*, 29(3): pp. 1-64.

Normativa Técnica

prEN1990-2:202x (2020) prEN 1990-Sept-2020-Draft.
 prEN1997-1:202x (2019) CEN-TC250-SC7_N1330_
 prEN_1997-1_Geotechnical_design-General.
 prEN1997-2:202x (2020) CEN-TC250-SC7_N1376_
 prEN_1997-2_Geotechnical_design-Ground.
 prEN1997-3:202x (2019) CEN-TC250-SC7_N1373_
 prEN_1997-3_Geotechnical_design-Geotec.